

МОСКОВСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ. ТЕХНОЛОГИЯ
ПРОФИЛЬ «РОБОТОТЕХНИКА» 2023–2024 уч. г.
ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНЫЙ ЭТАП
7–8 КЛАССЫ

Теоретический тур

РАЗБОР ЗАДАНИЙ И КРИТЕРИИ ПРОВЕРКИ

Уважаемые участники!

Приведите подробное решение представленных задач. При расчётах примите $\pi \approx 3,14$. Для получения более точного ответа округление стоит производить только при получении финального результата.

Задание № 1 (5 баллов)

Перед попыткой проходила жеребьёвка, для определения порядка старта роботов. В попытке участвовали роботы Аз, Буки, Веди, Глаголь, Добро, Есть. Попытки роботов происходят последовательно одна за другой. За один раз стартует только один робот. Известно, что:

- робот Аз стартует раньше робота Буки;
- робот Аз стартует НЕ позже робота Веди;
- робот Есть стартует сразу за роботом Буки;
- робот Буки стартует НЕ позже робота Добро;
- робот Веди стартует сразу за роботом Глаголь;
- робот Глаголь стартует НЕ позже робота Есть.

Определите порядок, в котором стартовали роботы во время попытки. В ответ запишите последовательность заглавных букв, соответствующих первым буквам названий роботов, в том порядке, в котором стартовали роботы, например, АБВГДЕ.

Ответ: АГВБЕД.

Решение

Будем обозначать роботов первыми буквами их названий. Поскольку роботы не могут стартовать одновременно, то для любой пары роботов можно указать, какой робот из пары стартует раньше другого.

Если робот 1 стартует раньше, чем робот 2, то будем писать знак «меньше», то есть $1 < 2$. Если робот 3 стартует позже робота 2, то будем писать $2 < 3$.

Запишем условие, переводя все данные в предложенные условные обозначения.

$A < B$

$A < B$

$B < E$ и между B и E нет других букв

$B < D$

$\Gamma < В$ и между Γ и $В$ нет других букв

$\Gamma < Е$

Так как $А < Б$ и $Б < Е$, и между $Б$ и $Е$ нет других букв, и $Б < Д$, то $А < Б < Е < Д$

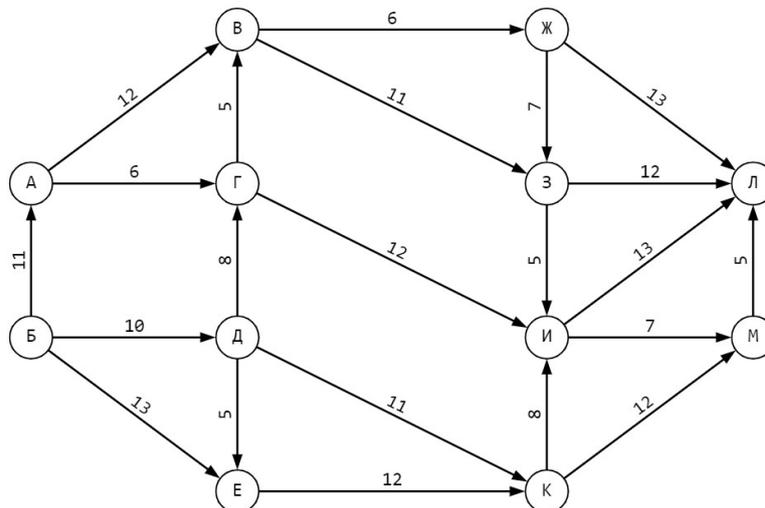
Так как $А < В$ и $\Gamma < В$, и между Γ и $В$, нет других букв, то $А < \Gamma < В$

Так как $А < \Gamma < В$ и $А < Б < Е < Д$, и $\Gamma < Е$, то $А < \Gamma < В < Б < Е < Д$, то есть АГВБЕД.

№ п/п	Критерий	Баллы
1	Дан полностью верный ответ. Приведено верное обоснование решения (АГВБЕД)	5
2	Приведён только верный ответ (АГВБЕД)	3

Задание № 2 (10 баллов)

Робот должен проехать от старта (точка Б) до финиша (точка Л) по линиям. Линии, связывающие старт с финишем, показаны на схеме (см. схему).



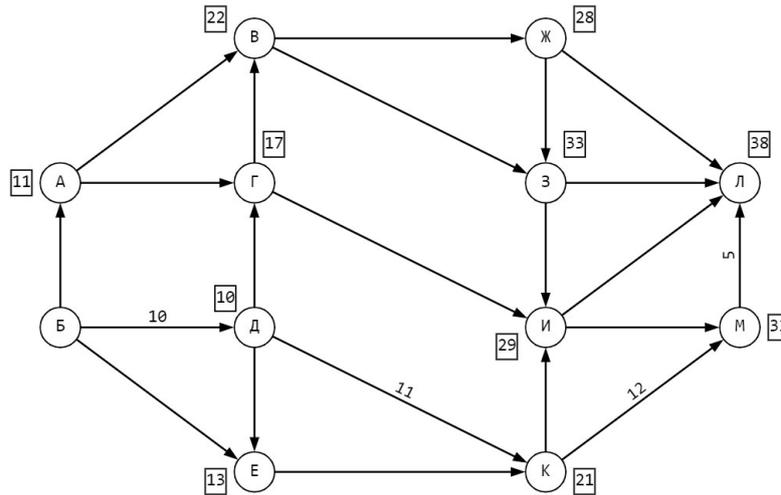
Схема

По регламенту движение разрешено только по линиям в направлении, указанном стрелками. Числами на схеме обозначено количество секунд, которое робот потратит на проезд данного участка. Менять направление движения можно только на перекрёстках, обозначенных кругами. Какое наименьшее время в секундах может затратить робот за один проезд, соответствующий регламенту?

Ответ: 38 секунд.

Решение

Будем обходить вершины последовательно, в направлении от Б к Л, помечая около каждой вершины то время, которое мы затратили для того, чтобы до неё добраться от точки старта. Если до вершины можно добраться несколькими путями, то в качестве пометки мы выберем минимальное время из имеющихся показателей. Получим:



Самым быстрым окажется путь: Б–Д–К–М–Л. Он займёт 38 секунд.

№ п/п	Критерий	Баллы
1	Дан полностью верный ответ. Приведено верное обоснование решения (38 секунд)	10
2	Приведён только верный ответ (38 секунд)	5

Задание № 3 (10 баллов)

Робот оснащён двумя колёсами равного радиуса. Колёса напрямую подсоединены к моторам. Левым колесом управляет мотор А, правым колесом управляет мотор В. Моторы установлены так, что если ось каждого из моторов повернётся на 10° , то робот поедет прямо вперёд.

Во время тренировки на поле робот двигался равномерно и прямолинейно, при этом за 12 секунд ось каждого из моторов повернулась на 6480° . Диаметр колеса А равна 10 см. Определите, какое расстояние проехал робот на попытке за половину минуты, двигаясь равномерно и прямолинейно, если его скорость была в 4 раза меньше, чем на тренировке. Ответ дайте в сантиметрах, округлив результат до целого.

Ответ: 353 см.

Решение

0,5 минуты = 30 секунд

Определим скорость робота на тренировке:

$$10 \cdot 3,14 \cdot (6480 : 360) : 12 = 47,1 \text{ (см/с)}$$

Определим скорость робота на попытке:

$$47,1 : 4 = 11,775 \text{ (см/с)}$$

Определим расстояние, которое робот проехал на попытке:

$$11,775 \cdot 30 = 353,25 \text{ (см)}$$

$$353,25 \text{ см} \approx 353 \text{ см}$$

№ п/п	Критерий	Баллы
1	Дан полностью верный ответ. Приведено верное обоснование решения (353 см)	10
2	Приведено верное решение. Допущена ошибка при округлении финального ответа. Ответ отличается от верного не более чем на 2 см (353 ± 2 см)	8
3	В решении допущена ошибка и/или решение не доведено до конца. Верно определена скорость робота на попытке (11,775 см/с) или число градусов, на которое повернётся каждый из моторов на попытке за 1 секунду (135°), или на сколько градусов моторы повернутся на попытке за 30 секунд (4050°)	5
4	Приведён только верный ответ (353 см)	3

Задание № 4 (10 баллов)

Робот оснащён двумя колёсами одинакового диаметра. Левым колесом управляет мотор А, правым колесом управляет мотор В. Длина обода колеса равна 1 дм 2 см.

Колёса подсоединены к моторам через двухступенчатую передачу. На оси мотора находится шестерёнка диаметром 24 мм, на ведомой оси первой ступени – шестерёнка диаметром 8 мм, на ведущей оси второй ступени – шестерёнка диаметром 8 мм, на оси колеса – шестерёнка диаметром 40 мм.

Сколько оборотов в секунду должна совершать ось каждого из моторов, чтобы робот, двигаясь равномерно и прямолинейно, проехал прямо 4 м 32 см за 6 секунд?

Справочная информация

В задаче под диаметром шестерёнки понимается диаметр делительной окружности шестерёнки.

Диаметр делительной окружности d является одним из основных параметров, по которому производят расчёт шестерёнки:

$$d = m \cdot z, \text{ где } z - \text{число зубьев, } m - \text{модуль.}$$

Если две шестерни входят в зацепление и происходит передача вращения с одной из них на другую, то это означает, что у данных зубчатых колёс одинаковый модуль.

Ответ: 10 об./с.

Решение

$1 \text{ дм } 2 \text{ см} = 12 \text{ см}$

$4 \text{ м } 32 \text{ см} = 432 \text{ см}$

Определим, сколько оборотов должно сделать колесо, чтобы робот проехал заданное расстояние:

$432 : 12 = 36 \text{ (об.)}$

Определим, сколько оборотов в секунду должно делать колесо:

$36 : 6 = 6 \text{ (об./с)}$

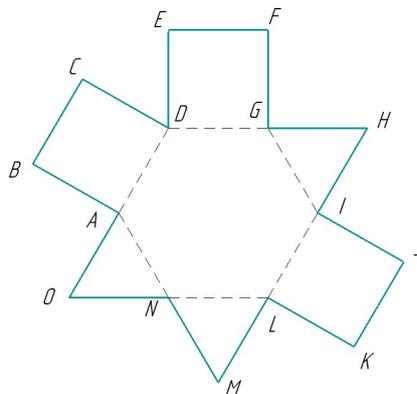
Определим, сколько оборотов в секунду должен делать мотор:

$6 : ((24 : 8) \cdot (8 : 40)) = 6 : (3 : 5) = 10 \text{ (об./с)}$

№ п/п	Критерий	Баллы
1	Дан полностью верный ответ. Приведено верное обоснование решения (10 об./с)	10
2	В решении допущена ошибка и/или решение не доведено до конца. Верно определено количество оборотов в секунду, которое должно делать колесо (6 об./с)	5
3	Приведён только верный ответ (10 об./с)	3

Задание № 5 (15 баллов)

Робот-чертёжник движется по ровной горизонтальной поверхности и наносит на неё изображение с помощью кисти, закреплённой посередине между колёс. Изображение представляет собой невыпуклый многоугольник ABCDEFGHIJKLMNO, составленный из правильного шестиугольника, трёх правильных четырёхугольников и трёх правильных треугольников (см. чертёж).



Чертёж

Робот должен проехать по каждому отрезку траектории ровно по одному разу. Все повороты робот должен совершать на месте. Робот не может ехать

назад. Определите минимальный суммарный угол поворота робота, на который он должен повернуться при проезде по всей траектории. Ответ дайте в градусах.

Справочная информация

Под суммарным углом поворота понимается сумма величин углов поворотов, при этом направление поворотов робота не учитывается.

Сумма внутренних углов выпуклого n -угольника можно определить по формуле $180^\circ \cdot (n - 2)$.

Ответ: 1320°.

Решение

Поскольку фигура ABCDEFGHIJKLMNO составлена из правильных фигур, то её углы можно посчитать, опираясь на знания об углах правильных фигур.

$\angle O = \angle M = \angle N = 60^\circ$ – как углы правильных (равносторонних) треугольников.

$\angle B = \angle C = \angle E = \angle F = \angle J = \angle K = 90^\circ$ – как углы квадратов

Углы правильного шестиугольника равны

$$180^\circ \cdot (6 - 2) : 6 = 120^\circ$$

Скомбинировав углы правильного треугольника, квадрата и шестиугольника, можно вычислить градусные меры углов многоугольника. Тогда получим следующие градусные меры углов (см. рисунок № 1)

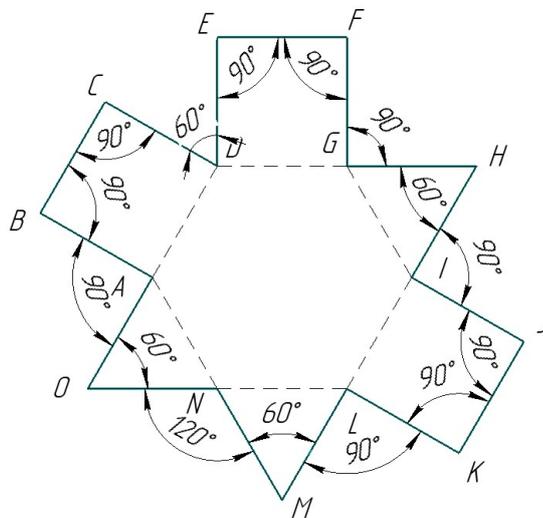


Рисунок № 1

Проанализируем траекторию. Она замкнутая, несамопересекающаяся и невыпуклая. Её можно изобразить одним росчерком пера, не отрывая пера от бумаги и не проводя ни одной линии дважды, потому что из каждой вершины выходят ровно по два отрезка.

Значит, сумма углов поворота робота зависит от точки старта. Направление обхода траектории не имеет значения. По условию задачи робот не может ехать назад.

В качестве точки старта выгоднее всего выбрать вершину, градусная мера которого минимальна из указанных углов, то есть в вершинах углов, градусная мера которых равна 60° .

Посчитаем градусную меру минимального суммарного угла поворота, если робот стартует из вершины D, например D–E–F–G–H–I–J–K–L–M–N–O–A–B–C–D:

$$\begin{aligned} & (180^\circ - 90^\circ) + (180^\circ - 90^\circ) + (180^\circ - 90^\circ) + (180^\circ - 60^\circ) + (180^\circ - 90^\circ) + \\ & + (180^\circ - 90^\circ) + (180^\circ - 90^\circ) + (180^\circ - 90^\circ) + (180^\circ - 60^\circ) + \\ & + (180^\circ - 120^\circ) + (180^\circ - 60^\circ) + (180^\circ - 90^\circ) + (180^\circ - 90^\circ) + \\ & + (180^\circ - 90^\circ) = 900^\circ + 360^\circ + 60^\circ = 1320^\circ \end{aligned}$$

Итого, градусная мера минимального суммарного угла равна 1320° .

№ п/п	Критерий	Баллы
1	Дан полностью верный ответ. Приведено верное обоснование решения (1320°)	15
2	В решении допущена ошибка и/или решение не доведено до конца. Верно определены градусные меры и угла шестиугольника (120°), и угла C (90°), и угла H (60°)	8
3	Приведён только верный ответ (1320°)	5

Максимальный балл за работу – 50.