

Московская олимпиада школьников по робототехнике

дистанционный этап

9–11 КЛАССЫ

Вариант № 1

Задание 1

По представленной схеме (рис. 1.) определите, будут ли вращаться шестерёнки В, С и D, если будет вращаться шестерёнка А.

Если шестерёнки будут вращаться, то определите, в каком направлении будут вращаться шестерёнки В, С и D, если шестерёнка А вращается по часовой стрелке.

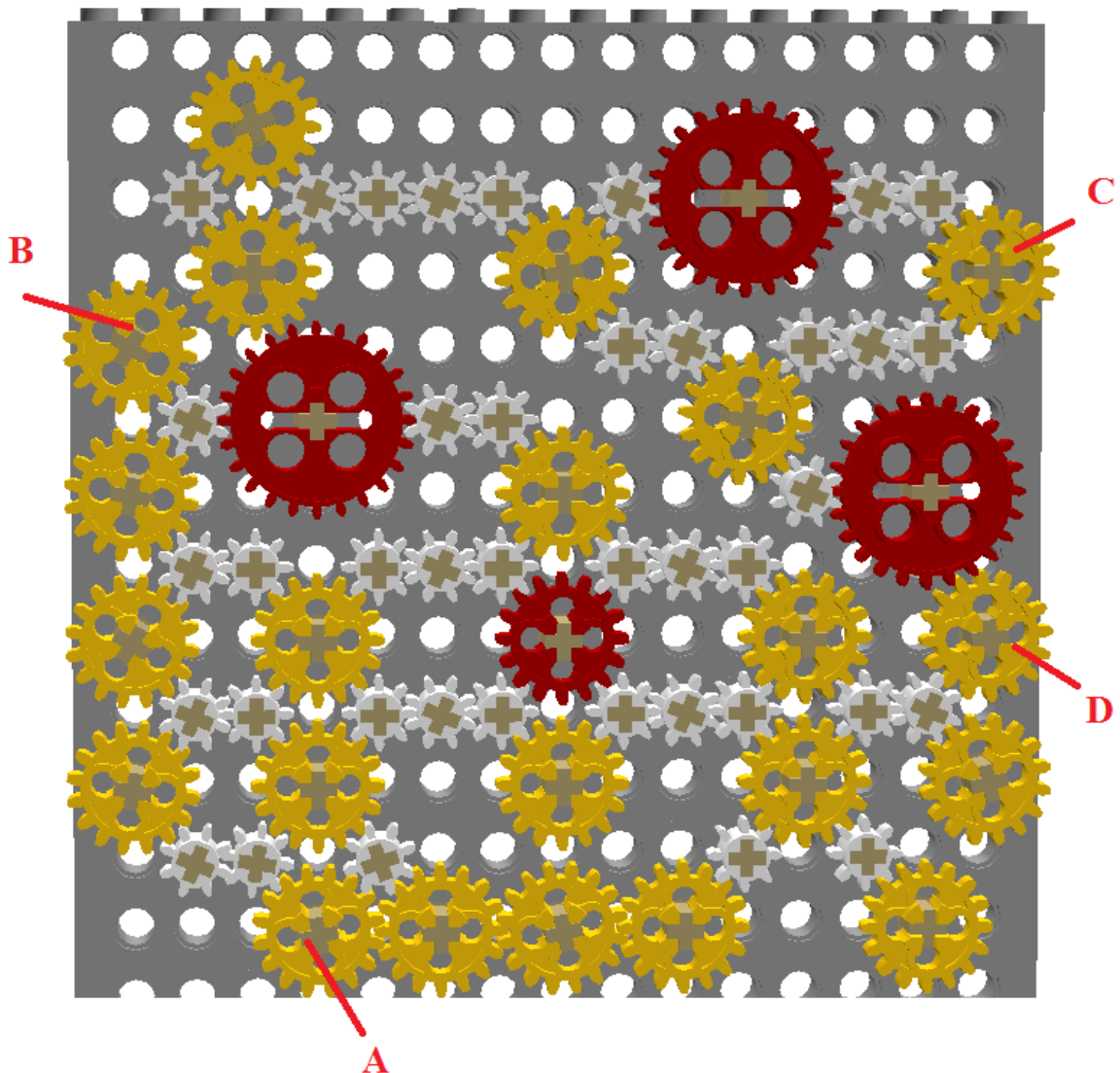


Рис. 1.

Ответ:

Вопросы	Варианты ответов	Баллы
Будут ли вращаться шестерёнки?	1. Да 2. Нет	1
Шестерёнка В	1. По часовой стрелке 2. Против часовой стрелки 3. Не будет вращаться	1
Шестерёнка С	1. По часовой стрелке 2. Против часовой стрелки 3. Не будет вращаться	1
Шестерёнка D	1. По часовой стрелке 2. Против часовой стрелки 3. Не будет вращаться	1
Ближе к какой шестерёнке шестерёнки стопорятся?	1. Не стопорятся 2. к шестерёнке А 3. к шестерёнке В 4. к шестерёнке С 5. к шестерёнке D	1

Максимально 5 баллов.

Решение:

Определим, пользуясь рисунком, в какую сторону будет крутиться каждая из шестерёнок:

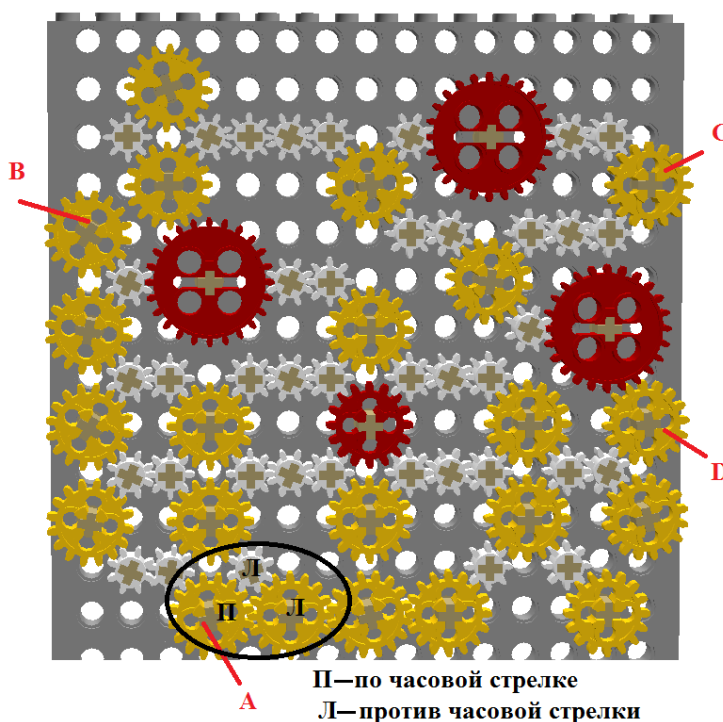


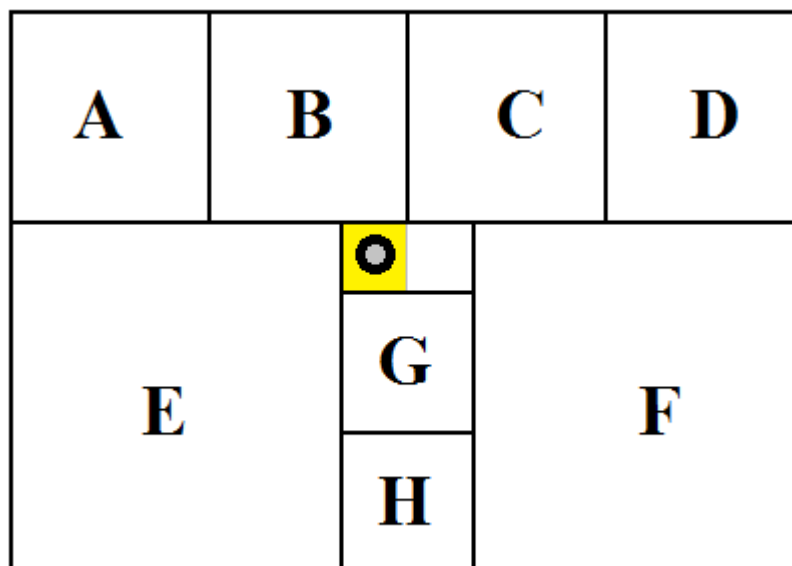
Рис. 1.

Как мы видим из рисунка, около шестерёнки А есть группа шестерёнок, которые зацеплены по кругу. Поскольку в круг» нечетное количество шестерёнок, то вращаться шестерёнки не будут, что наглядно показано на рисунке.

Ответ: шестерёнки вращаться не будут. Около шестерёнки А шестерёнки стопорятся.

Задание 2

На схеме (рис. 2.) представлен план лаборатории. Все помещения внутри лаборатории имеют квадратную форму. Длины помещений кратны ширине коридоров. Длина коридора кратна его ширине. Помещения на схеме



обозначены заглавными латинскими буквами.

Рис. 2.

Робот-уборщик за один раз убирает выделенную квадратную часть коридора. После того, как клетка убрана, робот передвигается на соседнюю клетку. Временем на передвижение робота между клетками можно пренебречь.

Робот на 24 минуты быстрее уберёт помещение В, чем помещение Е. Одного заряда аккумулятора робота хватает на 48 минут уборки. Определите, сколько времени тратит робот на уборку каждого помещения. Какие помещения успеет убрать полностью данный робот, если один раз разрешается заменить разряженный аккумулятор робота на полностью заряженный аккумулятор?

Известно также, что помещения D, F и G более загрязнены, чем остальные помещения, равные им по площади. Поэтому на уборку каждой клетки робот потратит в помещениях D, F и G в два раза больше времени.

Для удобства считайте, что робот обходит помещения по такой траектории, что не убирает какую-либо клетку дважды. После завершения уборки помещения его выключают и переносят в новое помещение, где включают снова, и он продолжает уборку.

Подберите последовательность уборки помещений так, чтобы робот успел убрать полностью как можно большее количество помещений лаборатории. При этом суммарная площадь убранных помещений также должна быть максимальна. При необходимости работа можно выключить раньше, чем закончится весь запас энергии.

В ответе укажите последовательность заглавных латинских букв в алфавитном порядке без разделителей и знаков препинания, обозначающих помещения лаборатории, которые робот успеет полностью убрать за отведённое время.

Также укажите время уборки указанных помещений, выраженное в секундах.

Ответ: ABCEGH

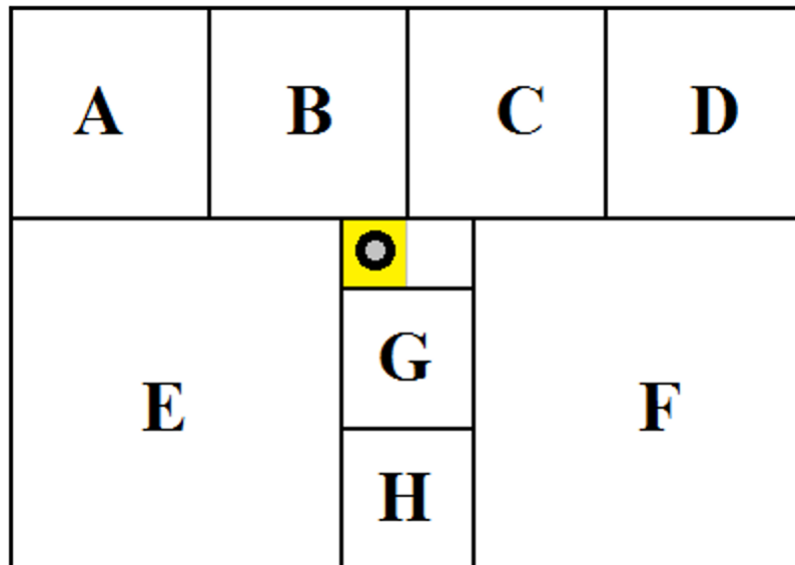
	Варианты ответов	Верный ответ	Баллы
Время обхода помещения А	число	810	1
Время обхода помещения В	число	810	1
Время обхода помещения С	число	810	1
Время обхода помещения D	число	1620	1
Время обхода помещения E	число	2250	1
Время обхода помещения F	число	4500	1
Время обхода помещения G	число	720	1
Время обхода помещения I	число	360	1
Какие помещения робот успеет убрать полностью	последовательность заглавных латинских букв в алфавитном	ABCEGH	7

	порядке без разделителей и знаков препинания		
--	--	--	--

Ответ оценивается 15 баллами.

Решение:

Для удобства решения за единицу измерения площадей помещений внутри лаборатории обозначим клетку (выделенную квадратную часть коридора, убранную роботом).



По условию длина коридора кратна его ширине, следовательно, она составляет 2 клетки. Известно, что все помещения внутри лаборатории имеют квадратную форму, и длины помещений кратны ширине коридоров. Тогда площади помещений лаборатории составляют:

$$A = B = C = D = 3 \times 3 = 9 \text{ клеток};$$

$$E = F = 5 \times 5 = 25 \text{ клеток};$$

$$G = H = 2 \times 2 = 4 \text{ клетки}.$$

Найдём скорость работы робота. Робот на 24 минуты быстрее уберёт помещение B (9 клеток), чем помещение E (25 клеток), следовательно, скорость работы робота: $(25-9)/24 = 2/3$ клетки/мин.

Тогда на уборку одной клетки обычного помещения робот тратит 90 секунд.

На уборку комнат D, F и G потратит в два раза больше времени. Определим время, за которое робот уберёт каждое из помещений:

$$\text{Помещение A робот уберёт за } 9 \times 90 = 810 \text{ секунд};$$

$$\text{Помещение B робот уберёт за } 9 \times 90 = 810 \text{ секунд};$$

Помещение С робот уберёт за $9 \times 90 = 810$ секунд;

Помещение D робот уберёт за $9 \times 90 \times 2 = 1620$ секунд;

Помещение E робот уберёт за $25 \times 90 = 2250$ секунд;

Помещение F робот уберёт за $25 \times 90 \times 2 = 4500$ секунд;

Помещение G робот уберёт за $4 \times 90 \times 2 = 720$ секунд;

Помещение H робот уберёт за $4 \times 90 = 360$ секунд.

Определим количество клеток, которое робот успеет убрать до полной разрядки двух батарей: $(48 \times 2) \text{ мин} \times 2/3 \text{ клетки/мин.} = 64 \text{ клетки.}$

Скорость работы робота в особо грязных помещениях D, F, G составит $1/3$ клетки в минуту, на каждое помещение потребуется больше времени уборки: на D $9 : 1/3 = 27$ мин, на F $25 : 1/3 = 75$ мин, на G $4 : 1/3 = 12$ мин

Площадь всех внутренних помещений лаборатории составляет $ABCDEFGH = 94$ клетки. Все помещения робот не успеет убрать до полной разрядки второй батареи.

Из уборки необходимо исключить особо грязные помещения F (25 клеток) и D (9 клеток), на которые требуется больше времени, так как нам необходимо убрать максимальную площадь при максимальном количестве помещений.

ABCDEFGH

Ответ: ABCEGH.

Задание 3

Робот-маляр может перемещаться по полю, разбитому на клетки. Попадая на очередную клетку, робот закрашивает её. Стартовать робот должен из клетки, отмеченной меткой «X», а закончить - на клетке, отмеченной меткой «0».

После выполнения роботом программы поле приобрело следующий вид (рис. 3.):

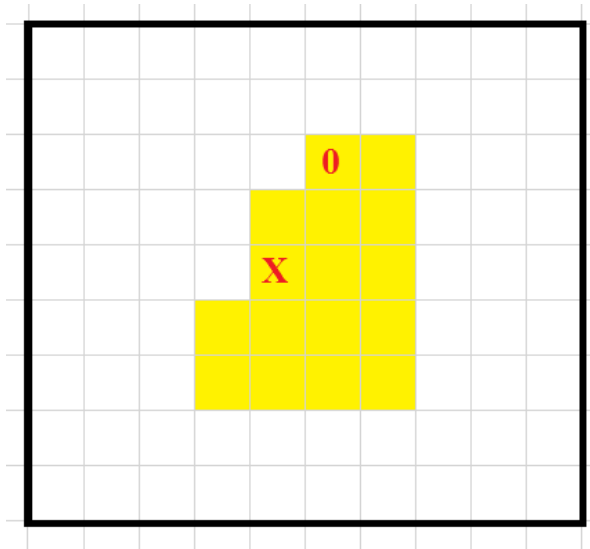


Рис. 3.

Программа имела следующую структуру:

ВПРАВО 3;

Известно, что каждая команда из следующего набора была использована по одному разу:

- А) ВНИЗ 1;
- Б) ВНИЗ 2;
- В) ВВЕРХ 1;
- Г) ВВЕРХ 4;
- Д) ВЛЕВО 1;
- Е) ВЛЕВО 2;
- Ж) ВПРАВО 1.

Допишите программу так, чтобы робот раскрасил поле согласно схеме.

В ответе укажите последовательность пунктов выбранных вами команд - последовательность заглавных букв без разделителей и знаков препинания (например, АБВГ).

Ответ: ВЖБЕАГД.

Ответ оценивается 10 баллами.

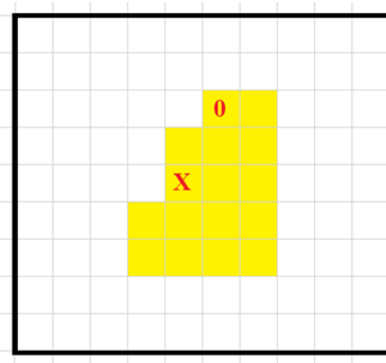
Решение:

Проанализируем команды, которые требуется расположить так, чтобы робот закрасил данную фигуру.

- А) ВНИЗ 1;
- Б) ВНИЗ 2;
- В) ВВЕРХ 1;
- Г) ВВЕРХ 4;
- Д) ВЛЕВО 1;
- Е) ВЛЕВО 2;
- Ж) ВПРАВО 1.

Вниз робот может переместиться два раза (на 1 и на 2 клетки), вверх также может переместиться два раза (на 1 и на 4 клетки), влево также два раза (на 1 и на 2 клетки), вправо ещё один раз (на 1 клетку) вдобавок к уже установленной команде «ВПРАВО 3».

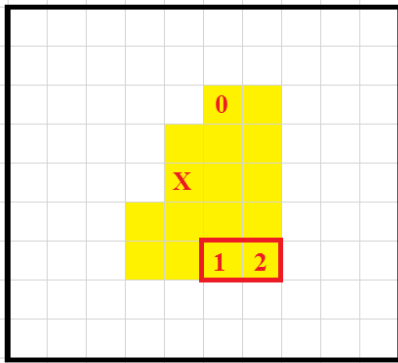
Также проанализируем закрашенную фигуру.



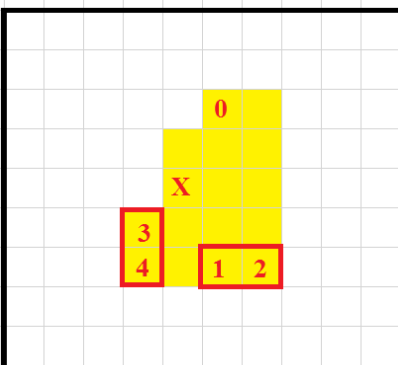
Фигура состоит из 16 клеток. Максимальная длина – 4 клетки, минимальная длина – 2 клетки. Максимальная высота – 5 клеток, минимальная высота – 2 клетки.

Если сложить все перемещения, которые совершает робот, то мы получим, что робот после старта побывал на 15 клетках. А это значит, что робот не посещал ни одной клетки дважды.

Из того, что максимальная высота равна 5 клеткам, следует, что команда «ВВЕРХ 4» может быть применена только тогда, когда робот спустился на самую нижнюю строку фигуры и находится в правом нижнем углу. Этому условию удовлетворяют две клетки: № 1 и № 2.



Поскольку максимальная ширина поля равна 4 клеткам, то команду «ВПРАВО 3» можно выполнить только из двух клеток: № 3 и № 4.



При этом, если выполнить команду «ВПРАВО 3» из клетки № 3, то выполнение команды «ВВЕРХ 4» обязательно вызовет повторное посещение одной из клеток, покрашенных ранее роботом.

Значит, команду «ВПРАВО 3» робот выполняет из клетки № 4. При этом, если он выполнит команду «ВВЕРХ 4» из клетки №1, то ему придётся дважды посетить клетку № 1. Значит, робот должен выполнить команду «ВВЕРХ 4» из клетки № 2 сразу после команды «ВПРАВО 3».

После этого ему останется выполнить одну команду, чтобы попасть в клетку «0». Единственная подходящая команда – это «ВЛЕВО 1».

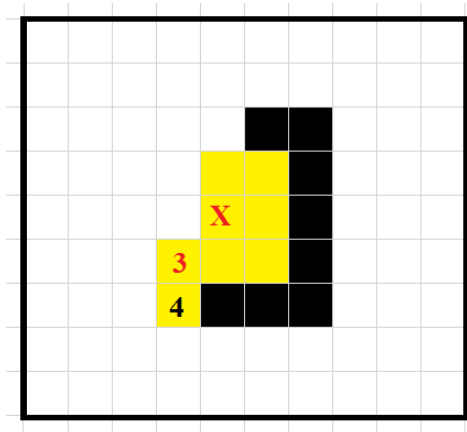
Мы восстановили часть программы:

ВПРАВО 3;

Г) ВВЕРХ 4;

Д) ВЛЕВО 1.

Теперь мы должны решить более простую задачу – определить, как робот с помощью пяти оставшихся команд попал в клетку 4:



Нам предстоит расставить следующие команды:

- А) ВНИЗ 1;
- Б) ВНИЗ 2;
- В) ВВЕРХ 1;
- Е) ВЛЕВО 2;
- Ж) ВПРАВО 1.

Очевидно, что на клетку № 4 робот может попасть только из клетки № 3 с помощью команды «ВНИЗ 1».

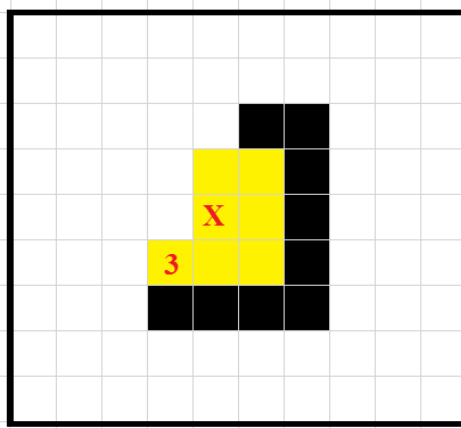
Теперь программа примет следующий вид:

- А) ВНИЗ 1;
- ВПРАВО 3;
- Г) ВВЕРХ 4;
- Д) ВЛЕВО 1.

Нам осталось определить, как робот опал на клетку №3 с помощью следующего набора команд:

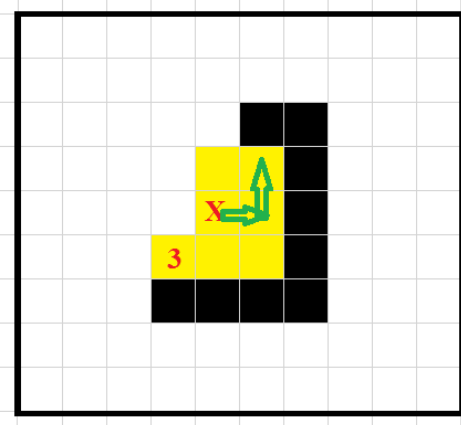
- Б) ВНИЗ 2;
- В) ВВЕРХ 1;
- Е) ВЛЕВО 2;
- Ж) ВПРАВО 1.

Рассмотрим поле:



Очевидно, что при старте робот не сможет применить команды «ВНИЗ 2» и «ВЛЕВО 2».

Если робот первым шагом выполнит команду «ВПРАВО 1», то следующей может быть выбрана только команда «ВВЕРХ 1». После этого робот не сможет выбрать больше ни одной команды, не выходя за пределы фигуры или не посещая второй раз уже покрашенные клетки:



Значит, первой командой робота была команда «ВВЕРХ 1». Далее робот может выполнить только «ВПРАВО 1», после чего «ВНИЗ 2», а затем «ВЛЕВО 2».

То есть программа принимает следующий вид:

В) ВВЕРХ 1;

Ж) ВПРАВО 1;

Б) ВНИЗ 2;

Е) ВЛЕВО 2;

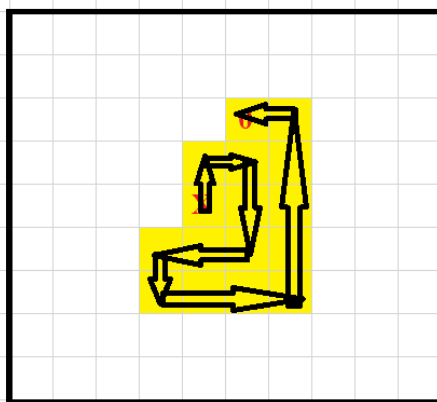
А) ВНИЗ 1;

ВПРАВО 3;

Г) ВВЕРХ 4;

Д) ВЛЕВО 1.

Мы смогли восстановить всю программу. Проверим, что она корректно выполняется и робот по её завершении окажется в отмеченной «0» клетке:



Запишем в ответ последовательность букв, обозначающих выбранный нами набор команд: ВЖБЕАГД.

Ответ: ВЖБЕАГД.

Задание 4

Программируемый робот укомплектован двумя одинаковыми колёсами радиуса $r = 3$ см, а также двумя одинаковыми моторами, максимальная угловая скорость каждого из которых равна $\omega = 2 \text{ с}^{-1}$. Каждое из колес соединено со своим мотором. Робот совершает разворот на месте на 90° за время $t = 2$ с.

Робот должен пройти по трассе (рис. 4.).

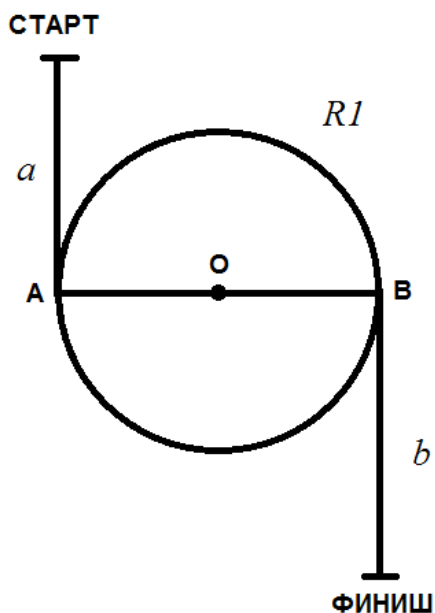


Рис. 4.

Трасса состоит из двух прямых отрезков длиной: $a = 1,5$ м, $b = 1$ м и окружности радиуса $R1 = 0,4$ м, с центром в точке О. Робот должен доехать

до точки А, сделать $N = 5$ полных оборотов по окружности, далее по кратчайшему пути добраться до точки В, после чего доехать до финиша.

Колёсная база робота равна $L = 0,2$ м. При прохождении трассы роботом центр колёсной базы должен всегда оставаться на линии. Первоначально робот ориентирован в направлении «страт – финиш», головная часть робота направлена в сторону финиша. Робот не может ехать боком.

Определите, за какое минимальное время робот сможет преодолеть данную трассу. Ответ приведите в секундах. Число π примите равным 3,14. При необходимости, ответ округлите до десятых.

Ответ: 320,7 с.

Ответ оценивается в 20 баллов.

Решение:

Рассмотрим трассу, которую должен преодолеть робот. Она состоит из отрезков прямых, пяти окружностей и двух поворотов под прямым углом.

При прохождении прямого отрезка колёса робота должны двигаться с одинаковой скоростью, а значит, и делать одинаковое число оборотов в минуту. Для достижения максимальной скорости следует выбрать максимально возможное число оборотов в секунду.

За один оборот колёса повернутся на угол, равный 2π . Если угловая скорость каждого из колёс будет равна w , то один оборот произойдёт за время, равное

$$T = \frac{2\pi}{w}.$$

Подсчитаем, какое количество оборотов совершит каждое из колёс за 1 секунду:

$$\frac{1}{T} = \frac{w}{2\pi}.$$

За один оборот колеса робот продвигается вперёд на длину окружности колеса, равную $2\pi \times r$. В секунду робот совершает $\frac{w}{2\pi}$ оборота каждым из колёс. Тогда за одну секунду робот преодолевает расстояние:

$$2\pi \times r \times \frac{w}{2\pi} = wr.$$

Поскольку при прохождении трассы роботом центр колёсной базы должен всегда оставаться на линии, то при повороте по дуге радиуса $R1$ внешнее колесо будет описывать окружность большего, чем $R1$ радиуса, а внутреннее колесо – меньшего, чем $R1$ радиуса. Это различие будет равно половине длины колёсной базы.

Значит, внешнее колесо будет описывать окружность радиусом $R1 + L/2$ см.

Длина окружности радиуса $R1 + L/2$ будет равна $2\pi(R1 + L/2)$, а длина $N = 5$ окружностей будет равна $2\pi N(R1 + L/2)$.

Это расстояние робот преодолеет за время, равное:

$$2\pi N \left(R1 + \frac{L}{2} \right) : wr = \frac{2\pi N \left(R1 + \frac{L}{2} \right)}{wr}.$$

Поскольку после завершения всех оборотов ориентация робота в пространстве не изменится (он окажется в точке А, ориентированный по направлению к финишу вдоль прямой «старт — финиш»), то для того, чтобы попасть в точку В вдоль диаметра AB , роботу придется совершить поворот на 90° .

После проезда по диаметру AB для перехода на отрезок b робот должен будет еще раз повернуть на 90° . Значит, за время преодоления трассы, робот должен дважды повернуть на 90° , поэтому он потратит только на такие повороты $2t$.

Общая длина прямых отрезков пути будет равна $a + b + 2R1$ см.

На преодоление такого расстояния робот затратит время, равное:

$$\frac{a + b + 2R1}{wr}.$$

Для нахождения времени, которое робот затратит на всю трассу, сложим все полученные компоненты:

$$\begin{aligned} \frac{a + b + 2R1}{wr} + \frac{2\pi N \left(R1 + \frac{L}{2} \right)}{wr} + 2t &= \frac{a + b + 2R1 + 2\pi N \left(R1 + \frac{L}{2} \right)}{wr} + 2t \\ &= \frac{150 + 100 + 2 \cdot 40 + 2 \cdot 3,14 \cdot 5 \left(40 + \frac{20}{2} \right)}{2 \cdot 3} + 2 \cdot 2 \\ &= \frac{330 + 31,4 \cdot 50}{6} + 4 = \frac{330 + 314 \cdot 5}{6} + 4 = \frac{1900}{6} + 4 \\ &= 316 \frac{2}{3} + 4 = 320 \frac{2}{3} \approx 320,7 \text{ с.} \end{aligned}$$

Ответ: 320,7 с.

