

**МОСКОВСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ
ПО РОБОТОТЕХНИКЕ
2021–2022 уч. г. Очный этап
Теоретический тур
5–6 классы**

Задание № 1 (5 баллов)

У трёх роботов разных моделей Альфа, Бета и Гамма отсутствуют идентификаторы даты их сборки. Известно, что:

- Гамма собран раньше всех;
- Бета не самый старый;
- Альфа не самый новый.

Расположите роботов в порядке *от самого нового* к самому старому слева направо.

Задание № 2 (5 баллов)

На соревнованиях по робохоккею робот должен так бить по шайбам, чтобы они попали в зону с наибольшим числом очков.

1. Поле.

Поле для этих соревнований имеет вид прямоугольника размером 2 м 76 см на 1 м, разделённого на семь зон (см. *схему поля*). Размеры на схеме даны в миллиметрах.

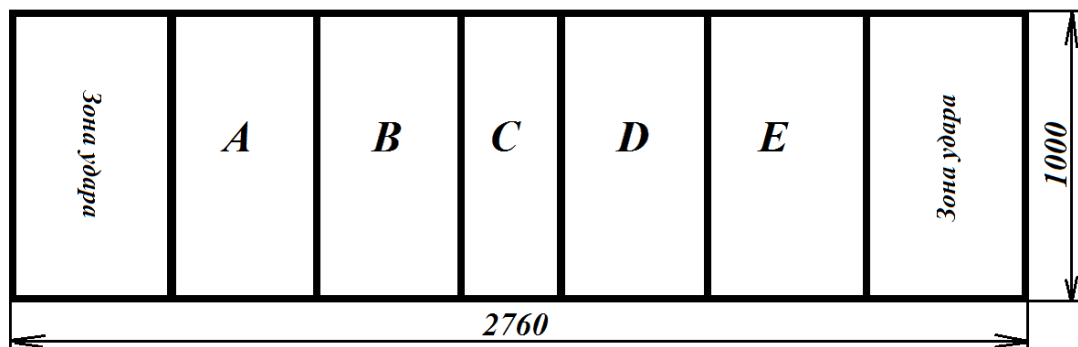


Схема поля

Зоны *A, B, D, E* и зоны удара имеют одинаковые размеры. Зона *C* в два раза уже, чем зона *B*. Толщина линии разметки по всему полю одинаковая и равна 2 см.

2. Игровые элементы.

Игровые элементы представляют собой деревянные шайбы радиусом 5 см и толщиной 1,5 см. В каждом раунде используется 3 шайбы.

3. Жеребьёвка.

Какая из зон удара будет использована на каждой из попыток, определяется с помощью жеребьёвки непосредственно перед попыткой после сдачи всех роботов в карантин. Во время попытки зона удара не меняется.

4. Попытка.

До начала попытки оператор устанавливает робота и шайбу в зоне удара, определённой жеребьёвкой, произвольным образом, так, чтобы никакая часть робота и шайбы не выходила за пределы зоны удара. Чёрные линии не являются частью зоны удара.

На каждую попытку даётся три шайбы.

Во время попытки робот должен нанести удар по шайбе таким образом, чтобы шайба начала скользить в направлении зоны *C*. Робот не может использовать для удара части, которые после удара отделяются от него.

Во время попытки оператор может установить каждую из шайб только один раз. Шайба должна быть установлена на свою плоскую сторону. После удара оператор не имеет права касаться шайбы до конца попытки.

Робот может ударять по шайбе, только если он и шайба полностью находятся в зоне удара. Между ударами можно менять положение робота в зоне удара.

Количество ударов, которые может совершить робот за одну попытку, не ограничено.

На одну попытку отводится 2 минуты. Участник может отказаться от продолжения попытки в любой момент.

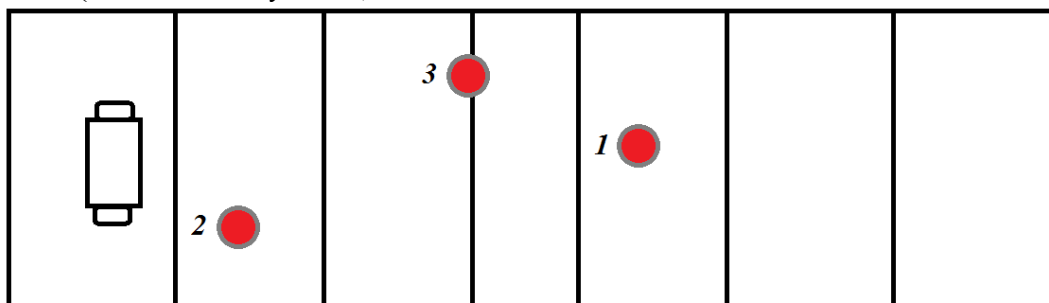
5. Подсчёт баллов.

После того как попытка завершилась и все шайбы остановились, происходит подсчёт очков, заработанных роботом (см. таблицу оценки).

Зоны	<i>A</i> и <i>E</i>	<i>B</i> и <i>D</i>	<i>C</i>
Баллы	5	10	20

Чёрные линии, ограничивающие поле, являются его частью. Линии, разделяющие зоны поля, считаются относящимися к зонам с меньшим числом очков. Если шайба находится сразу в нескольких зонах, то за неё баллы присуждаются по зоне с наименьшим числом баллов. Если шайба (часть шайбы) находится вне зон *A*, *B*, *C*, *D*, *E* (т. е. касается поля вне этих зон), то за неё дают 0 баллов.

Робот Маши только что закончил попытку. Определите, сколько очков он заработал (см. попытку № 1).

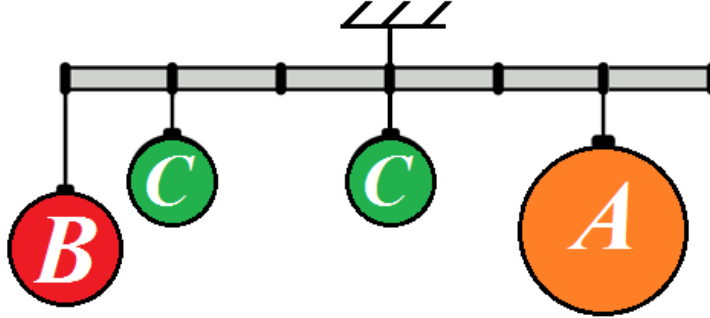


Попытка № 1

Приведите подробное обоснование Вашего ответа. Для удобства шайбы на рисунке пронумерованы.

Задание № 3 (10 баллов)

Даша взяла лёгкую (невесомую) прочную твёрдую ровную балку и нанесла на неё разметку с помощью маркера, разделив балку на шесть равных частей. Прикрепив к балке четыре шарика (см. *схему*), девочка подвесила её к потолку комнаты, после чего балка заняла горизонтальное положение.

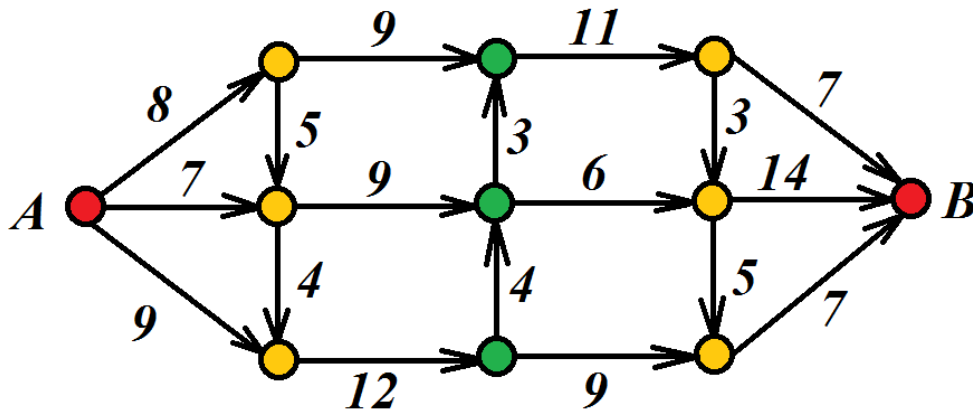


Схема

Длина балки равна 1 м 20 см. Масса шарика *A* равна 272 граммам, масса каждого из шариков *C* равна 50 граммам. Определите, чему равна масса одного шарика *B*. Ответ дайте в граммах. Приведите подробное решение данной задачи.

Задание № 4 (10 баллов)

Оле надо проехать на машине из дома (точка *A*) до магазина (точка *B*). Дороги, связывающие Олин дом с торговым центром, показаны на схеме (см. *схему*).

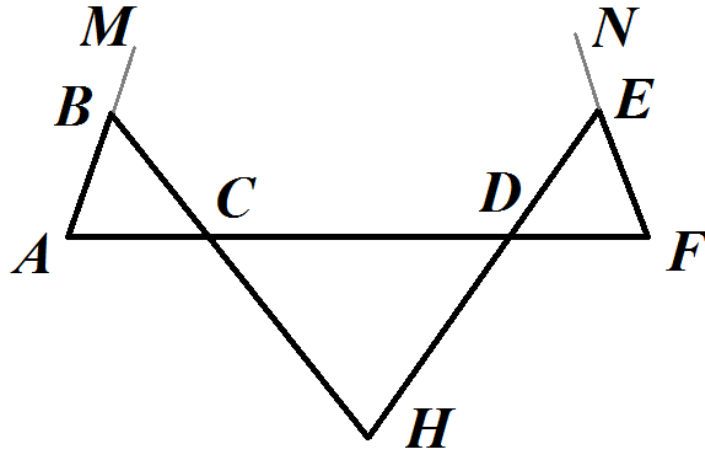


Схема

Стрелками указаны направления движения на участках дорог с односторонним движением. Цифры на схеме указывают время в минутах, которое Оля затратит на проезд по данному участку. Менять направление движения можно только на перекрёстках, обозначенных кругами. Какое наименьшее время в минутах потребуется Оле на то, чтобы добраться от дома до торгового центра? Приведите подробное решение данной задачи.

Задание № 5 (15 баллов)

Робот-чертёжник движется по ровной горизонтальной поверхности и наносит на неё изображение (см. *траекторию*) при помощи кисти, закреплённой посередине между колёс.



Траектория

Траектория представляет собой три треугольника ABC , DEF и CDH . Точки A , C , D , F лежат на одной прямой. Точки B , C , H лежат на одной прямой. Точки E , D , H лежат на одной прямой.

Точки A , B , M лежат на одной прямой. Робот не должен изображать отрезок BM . Точки N , E , F лежат на одной прямой. Робот не должен изображать отрезок NE .

Известно что $\angle MBC = 125^\circ$, $\angle NED = 150^\circ$, $\angle DCH = 60^\circ$, $\angle CDH = 70^\circ$.

Робот оснащён двумя отдельно управляемыми колёсами, расстояние между центрами колёс (ширина колеи) составляет 16 см, радиус колеса робота 6 см. Все повороты робот должен совершать на месте, вращая колёса с одинаковой скоростью в противоположных направлениях. Из-за крепления кисти робот не может ехать назад. Робот должен проехать по каждому отрезку траектории ровно по одному разу.

Определите минимальный суммарный угол поворота робота, на который он должен повернуться при проезде по всей траектории. Ответ дайте в градусах. Приведите подробное решение задачи.

Справочная информация

Под суммарным углом поворота понимается сумма величин углов поворотов, при этом направление поворотов робота не учитывается.

Задание № 6 (15 баллов)

Робот оснащён двумя отдельно управляемыми колёсами, радиус каждого из колёс робота равен 5 см. Левым колесом управляет мотор *A*, правым колесом управляет мотор *B*. Колёса напрямую подсоединены к моторам (см. *схему робота*). Посередине между центрами колёс находится маркер. Расстояние между центрами колёс (ширина колеи) робота равно 20 см. Моторы на роботе установлены так, что если обе оси повернутся на 180° , то робот проедет вперёд прямо.

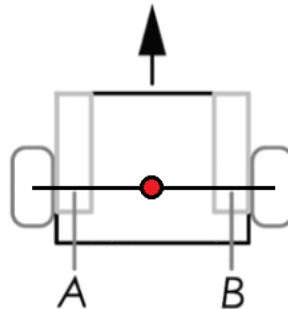


Схема робота

Робот вычерчивает кривую, состоящую из двух дуг окружностей. После того как робот начертил первую дугу, оказалось, что ось мотора *A* повернулась на 0° (колесо *A* было зафиксировано), а ось мотора *B* повернулась на 1080° . Далее робот начертил вторую часть кривой. При этом ось мотора *A* повернулась на 1080° , а ось мотора *B* повернулась на 0° (колесо *B* было зафиксировано).

А) (7 баллов) Изобразите кривую, которую начертил робот, сохранив пропорции.

Б) (8 баллов) Определите, какой длины кривую начертил робот. Ответ дайте в сантиметрах, приведя результат с точностью до десятых. При расчётах примите $\pi \approx 3,14$.

Приведите подробное решение задачи. Чтобы получить более точный результат, округление стоит производить только при получении финального ответа.

Решения и ответы

№ 1

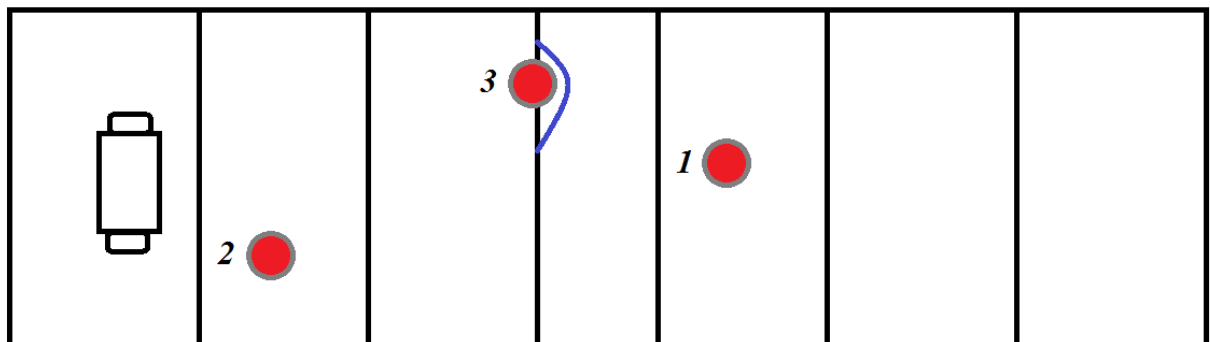
Самый новый – Бета, далее идёт робот Альфа, самый старый – робот Гамма.

Ответ: Бета, Альфа, Гамма.

№ 2

Рассмотрим расположение шайб. Учтём, что чёрные линии, ограничивающие поле, являются его частью. Линии, разделяющие зоны поля, считаются относящимися к зонам с меньшим числом очков. Если шайба находится сразу в нескольких зонах, то за неё баллы присуждаются по зоне с наименьшим числом баллов. Если шайба находится вне зон *A, B, C, D, E* (некоторые части шайбы касаются поля вне зон), то за неё дают 0 баллов.

Шайбы расположены следующим образом:



Значит, шайба № 1 приносит 10 баллов, шайба № 2 – 5 баллов, а шайба № 3 – снова 10 баллов. Итого за попытку получается 25 баллов.

Ответ: 25 баллов.

№ 3

Чтобы определить массу шарика **B**, необходимо записать условие равновесия рычага:

$$\frac{F_1}{F_2} = \frac{l_2}{l_1}, \text{ где } F = mg$$

Обозначим x массу шарика **B**. Составим уравнение равновесия системы. Так как по условию задачи балка разделена на равные части, то мы можем пренебречь её длиной, учитывая только соотношения частей. Заранее разделим обе части уравнения на g :

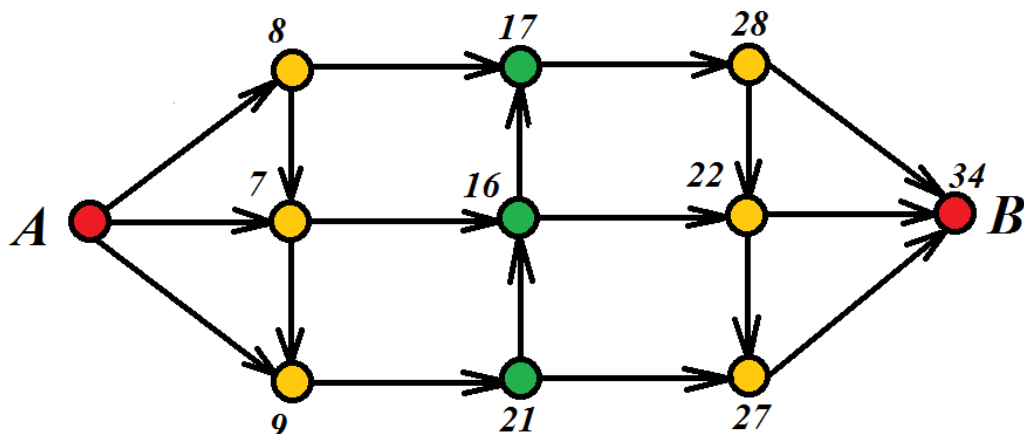
$$\begin{aligned} 2 \cdot 272 &= 3 \cdot x + 2 \cdot 50 \\ 2 \cdot 272 - 2 \cdot 50 &= 3 \cdot x \\ 3x &= 544 - 100 \\ 3x &= 444 \\ x &= 444 : 3 \\ x &= 148 \end{aligned}$$

Ответ: масса шарика **B** равна 148 г.

№ 4

На схеме представлен направленный граф. Нам надо найти кратчайший путь из вершины **A** в вершину **B**. Следует учитывать, что может существовать более одного пути с кратчайшей длиной (в нашем случае – минимальным временем движения) и что нас устроит любой из них.

Будем перемещаться по графу слева направо, помечая каждую вершину числом, которое указывает минимальное время (кратчайшее расстояние) от точки старта **A** (дома) до текущей вершины. Пройдя таким образом по всем вершинам графа и пометив все вершины, мы получим в качестве метки для вершины **B** минимальное время, которое нужно, чтобы добраться из вершины **A** в вершину **B**.

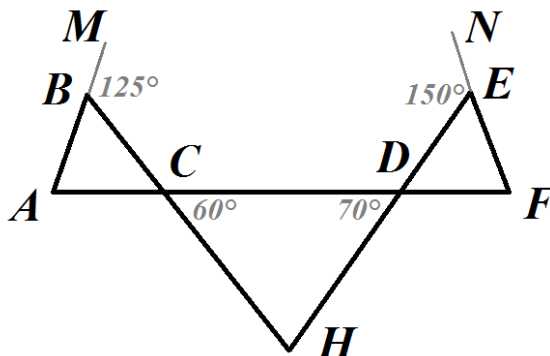


Таким образом, можно узнать, что Оля доедет от дома до работы за 34 минуты.

Ответ: 34 минуты.

№ 5

Отметим на чертеже то, что нам известно:



Определим градусные величины оставшихся углов.

$\angle MBC$ и $\angle ABC$ – смежные углы, значит, по свойству смежных углов:

$$\angle ABC = 180^\circ - \angle MBC = 180^\circ - 125^\circ = 55^\circ$$

$\angle NED$ и $\angle FED$ – смежные углы, значит, по свойству смежных углов:

$$\angle FED = 180^\circ - \angle NED = 180^\circ - 150^\circ = 30^\circ$$

$\angle BCA$ и $\angle HCD$ – вертикальные углы, значит, по свойству вертикальных углов:

$$\angle BCA = \angle HCD = 60^\circ$$

$\angle EDF$ и $\angle CDH$ – вертикальные углы, значит, по свойству вертикальных углов:

$$\angle EDF \text{ и } \angle CDH = 70^\circ$$

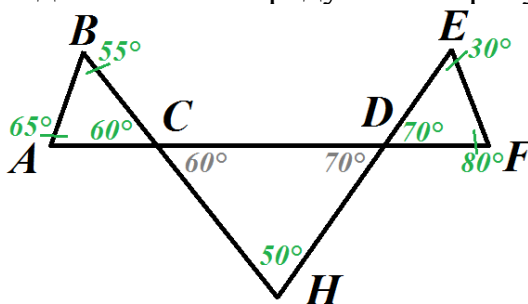
Так как сумма углов треугольника равна 180° , то:

$$\angle BAC = 180^\circ - (\angle ABC + \angle ACB) = 180^\circ - (55^\circ + 60^\circ) = 180^\circ - 115^\circ = 65^\circ$$

$$\angle EFD = 180^\circ - (\angle EDF + \angle FED) = 180^\circ - (70^\circ + 30^\circ) = 180^\circ - 100^\circ = 80^\circ$$

$$\angle CHD = 180^\circ - (\angle HCD + \angle CDH) = 180^\circ - (60^\circ + 70^\circ) = 180^\circ - 130^\circ = 50^\circ$$

Отметим на чертеже найденные нами градусные меры углов:



Так как из всех вершин выходит чётное число отрезков, то для того, чтобы определить наиболее выгодные точки старта, нужно найти потенциальный наибольший угол поворота, который будет исключён в случае старта в данной вершине.

Наибольший угол поворота в вершине находится в вершинах с углами с наименьшей градусной мерой. В нашем случае это вершина E .

Посчитаем минимальный угол поворота робота:

$$\begin{aligned} & (180^\circ - 80^\circ) + (180^\circ - 65^\circ) + (180^\circ - 55^\circ) + (180^\circ - 50^\circ) = \\ & = 100^\circ + 115^\circ + 125^\circ + 130^\circ = 470^\circ \end{aligned}$$

Ответ: 470° .

№ 6

Кривая, которую вычерчивает робот, состоит из двух равных дуг окружности, радиус которых равен половине ширины колеи, то есть

$$20 \text{ см} : 2 = 10 \text{ см}$$

Чтобы изобразить кривую и определить её длину, нужно определить, какова градусная мера каждой из дуг её составляющих.

Рассмотрим первую дугу. При её вычерчивании ось мотора *A* повернулась на 0° (колесо *A* было зафиксировано), а ось мотора *B* повернулась на 1080° . Значит, центр колеса *B* двигался по окружности радиусом 20 см, а центр окружности находился в точке крепления колеса *A*. При этом колесо *B* вращалось и повернулось на 1080° . Значит, колесо *B* переместилось по дуге, длина которой равна длине окружности колеса, умноженной на количество оборотов, которое данное колесо совершило вокруг своей оси.

Определим длину дуги, по которой проехало колесо *B*:

$$\frac{1080^\circ}{360^\circ} \cdot 2 \cdot \pi \cdot 5 = 30 \cdot \pi$$

Определим градусную меру дуги окружности, на которую повернулся центр колеса *B* и маркер:

$$\frac{30 \cdot \pi}{2 \cdot \pi \cdot 20} \cdot 360^\circ = 270^\circ$$

То есть первая половина кривой – это три четвертых окружности радиусом 10 см.

Определим длину половины кривой, начерченной роботом:

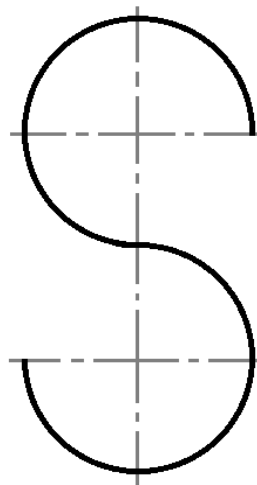
$$\frac{270^\circ}{360^\circ} \cdot 2 \cdot \pi \cdot 10 = 47,1 \text{ (см)}$$

Тогда длина всей кривой будет равна:

$$47,1 \cdot 2 = 94,2 \text{ (см)}$$

Ответ:

А)



Б) Длина кривой, начерченной роботом, равна 94,2 см.