

**МОСКОВСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ
ПО РОБОТОТЕХНИКЕ
2021–2022 уч. г. Очный этап
Теоретический тур
7–8 классы**

Задание № 1 (5 баллов)

На соревнованиях роботы Альфа, Бета и Гамма заняли первые три места на пьедестале (см. *схему пьедестала*).

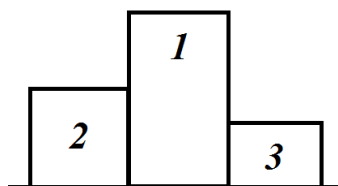


Схема пьедестала

Известно, что:

- Гамма занял место выше, чем Альфа;
- Альфа и Гамма не находятся рядом друг с другом во время торжественного награждения на пьедестале.

Какие места заняли роботы на соревнованиях?

Задание № 2 (5 баллов)

На соревнованиях по робохоккею робот должен так бить по шайбам, чтобы они попали в зону с наибольшим числом очков.

1. Поле.

Поле для этих соревнований имеет вид прямоугольника размером 2 м 76 см на 1 м, разделённого на семь зон (см. *схему поля*). Размеры на схеме даны в миллиметрах.

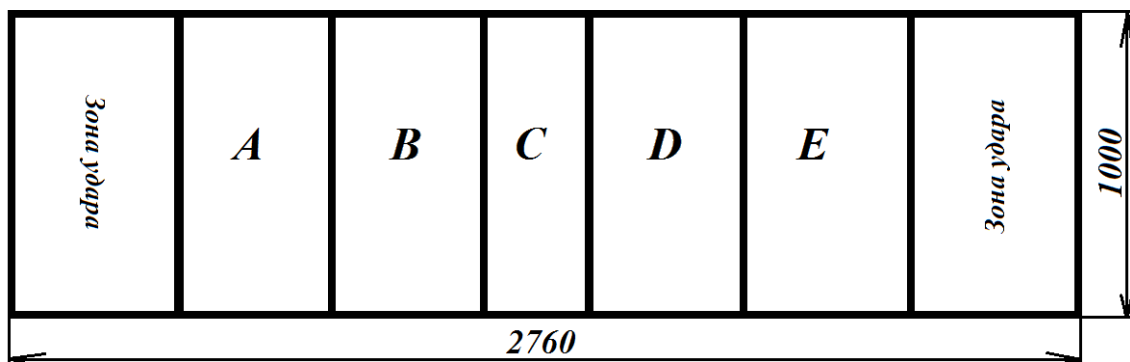


Схема поля

Зоны *A*, *B*, *D*, *E* и зоны удара имеют одинаковые размеры. Зона *C* в два раза уже, чем зона *B*. Толщина линии разметки по всему полю одинаковая и равна 2 см.

2. Игровые элементы.

Игровые элементы представляют собой деревянные шайбы радиусом 5 см и толщиной 1,5 см. В каждом раунде используется 3 шайбы.

3. Жеребьёвка.

Какая из зон удара будет использована на каждой из попыток, определяется с помощью жеребьёвки непосредственно перед попыткой после сдачи всех роботов в карантин. Во время попытки зона удара не меняется.

4. Попытка.

До начала попытки оператор устанавливает робота и шайбу в зоне удара, определённой жеребьёвкой произвольным образом, так, чтобы никакая часть робота и шайбы не выходила за пределы зоны удара. Чёрные линии не являются частью зоны удара.

На каждую попытку даётся три шайбы.

Во время попытки робот должен нанести удар по шайбе таким образом, чтобы шайба начала скользить в направлении зоны **C**. Робот не может использовать для удара части, которые после удара отделяются от него.

Во время попытки оператор может установить каждую из шайб только один раз. Шайба должна быть установлена на свою плоскую сторону. После удара оператор не имеет права касаться шайбы до конца попытки.

Робот может ударять по шайбе, только если он и шайба полностью находятся в зоне удара. Между ударами можно менять положение робота в зоне удара.

Количество ударов, которое может совершить робот за одну попытку, не ограничено.

На одну попытку отводится 2 минуты. Участник может отказаться от продолжения попытки в любой момент.

5. Подсчёт баллов.

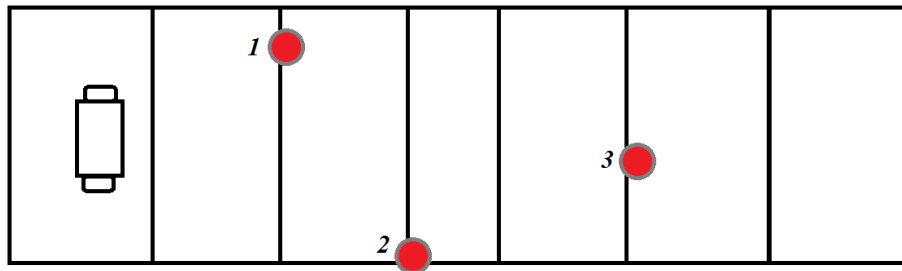
После того, как попытка завершилась и все шайбы остановились, происходит подсчёт очков, заработанных роботом (см. *таблицу оценки*).

Зоны	A и E	B и D	C
Баллы	5	10	20

Таблица оценки

Чёрные линии, ограничивающие поле, являются его частью. Линии, разделяющие зоны поля, считаются относящимися к зонам с меньшим числом очков. Если шайба находится сразу в нескольких зонах, то за неё баллы присуждаются по зоне с наименьшим числом баллов. Если шайба (часть шайбы) находится вне зон **A**, **B**, **C**, **D**, **E** (т. е. касается поля вне этих зон), то за неё дают 0 баллов.

Робот Маши только что закончил попытку. Определите, сколько очков он заработал (см. *попытку № 1*).

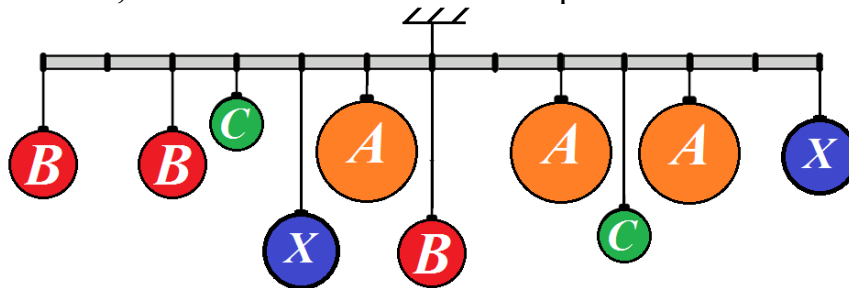


Попытка № 1

Приведите подробное обоснование Вашего ответа. Для удобства шайбы на рисунке пронумерованы.

Задание № 3 (10 баллов)

Даша взяла лёгкую (невесомую) прочную твёрдую ровную балку и нанесла на неё разметку с помощью маркера, разделив балку на несколько равных частей. Прикрепив к балке несколько шариков (см. схему), девочка подвесила её к потолку комнаты, после чего балка заняла горизонтальное положение.

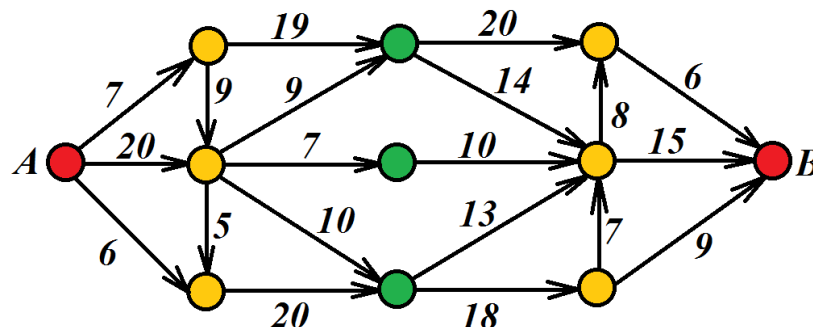


Схема

У Даши были шарики четырёх типов. На схеме они обозначены одинаковыми буквами. Все шарики одного типа имеют одинаковую массу. Длина балки равна 1 м 20 см. Масса шарика *A* равна 44 г, масса шарика *B* равна 80 г, масса шарика *C* равна 17,55 г. Определите, чему равна масса одного шарика *X*. Ответ дайте в граммах. Приведите подробное решение данной задачи.

Задание № 4 (10 баллов)

Оле надо проехать на машине из дома (точка *A*) до магазина (точка *B*). Дороги, связывающие Олин дом с торговым центром, показаны на схеме (см. схему).

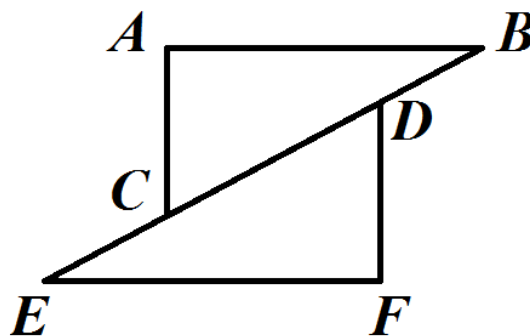


Схема

Стрелками указаны направления движения на участках дорог с односторонним движением. Цифры на схеме указывают время в минутах, которое Оля затратит на проезд по данному участку. Менять направление движения можно только на перекрёстках, обозначенных кругами. Какое наименьшее время в минутах потребуется Оле на то, чтобы добраться от дома до торгового центра? Приведите подробное решение данной задачи.

Задание № 5 (15 баллов)

Робот-чертёжник движется по ровной горизонтальной поверхности и наносит на неё изображение (см. *траекторию*) при помощи кисти, закреплённой посередине между колёс.



Траектория

Траектория представляет собой два треугольника ABC и DEF . Точки B, D, C, E лежат на одной прямой. Известно, что $AC \parallel FD$, $\angle BAC = 90^\circ$, $\angle DFE = 90^\circ$, $\angle ABC : \angle ACB = 4 : 5$.

Робот оснащён двумя отдельно управляемыми колёсами, расстояние между центрами колёс (ширина колеи) составляет 17 см, радиус колеса робота 6 см. Все повороты робот должен совершать на месте, вращая колёса с одинаковой скоростью в противоположных направлениях. Из-за крепления кисти робот не может ехать назад. Робот должен проехать по каждому отрезку траектории ровно по одному разу.

Определите минимальный суммарный угол поворота робота, на который он должен повернуться при проезде по всей траектории. Ответ дайте в градусах. Приведите подробное решение задачи.

Справочная информация

Под суммарным углом поворота понимается сумма величин углов поворотов, при этом направление поворотов робота не учитывается.

Задание № 6 (15 баллов)

Робот оснащён двумя отдельно управляемыми колёсами, радиус каждого из колёс робота равен 4 см. Левым колесом управляет мотор *A*, правым колесом управляет мотор *B*. Колёса напрямую подсоединены к моторам (см. *схему робота*). Посередине между центрами колёс находится маркер. Расстояние между центрами колёс (ширина колеи) робота равно 24 см. Моторы на роботе установлены так, что если обе оси повернутся на 180° , то робот проедет прямо вперёд.

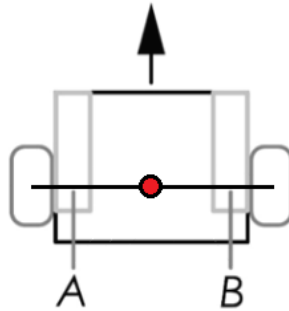


Схема робота

Робот вычерчивает кривую, состоящую из нескольких частей. При этом он последовательно выполнил следующие действия:

- 1) Ось мотора *A* повернулась на 0° (колесо *A* было зафиксировано), ось мотора *B* повернулась на 540° .
- 2) Ось мотора *A* повернулась на 540° , ось мотора *B* повернулась на 540° .
- 3) Ось мотора *A* повернулась на 540° , ось мотора *B* повернулась на 0° (колесо *B* было зафиксировано).

А) (7 баллов) Изобразите кривую, которую начертил робот, сохранив пропорции.

Б) (8 баллов) Определите длину кривой, которую начертил робот. Ответ дайте в сантиметрах, приведя результат с точностью до десятых. При расчётах примите $\pi \approx 3,14$.

Приведите подробное решение задачи. Чтобы получить более точный результат, округление стоит производить только при получении финального ответа.

Решения и ответы

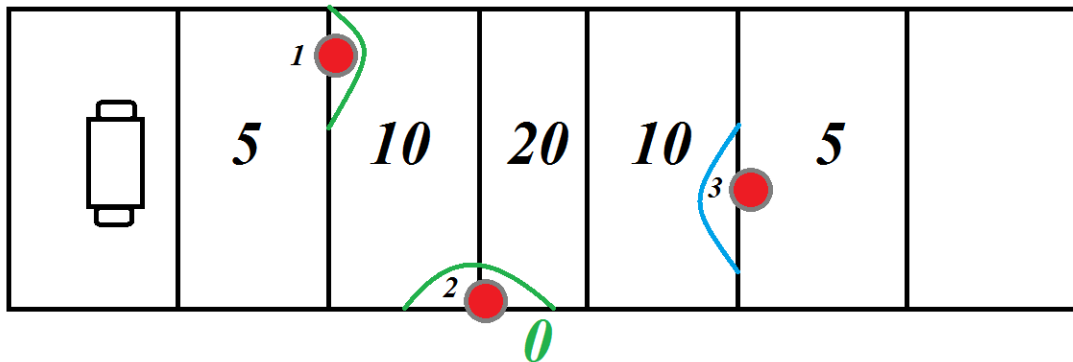
№ 1

Ответ: Бета – 1 – место, Гамма – 2 место, Альфа – 3 место.

№ 2

Рассмотрим расположение шайб. Учтём, что чёрные линии, ограничивающие поле, являются его частью. Линии, разделяющие зоны поля, считаются относящимися к зонам с меньшим числом очков. Если шайба находится сразу в нескольких зонах, то за неё баллы присуждаются по зоне с наименьшим числом баллов. Если шайба находится вне зон *A, B, C, D, E* (некоторые части шайбы касаются поля вне зон), то за неё дают 0 баллов.

Шайбы расположены следующим образом:



Значит, шайба № 1 приносит 5 баллов, шайба № 2 – 0 баллов, а шайба № 3 – снова 5 баллов. Итого за попытку получается 10 баллов.

Ответ: 10 баллов.

№ 3

Чтобы определить массу шарика *X*, необходимо записать условие равновесия рычага:

$$\frac{F_1}{F_2} = \frac{l_2}{l_1}, \text{ где } F = mg$$

Обозначим *x* массу шарика *X*. Составим уравнение равновесия системы. Так как по условию задачи балка разделена на равные части, то мы можем пренебречь её длиной, учитывая только соотношения частей. Можно также заметить, что два шара типа *C* расположены симметрично относительно точки подвеса, а значит, их можно снять, не нарушив равновесие.

Для простоты опустим ускорение свободного падения.

$$6B + 4B + 2x + 1A = 0B + 2A + 4A + 6x$$

$$10B + 1A - 6A = 6x - 2x$$

$$4x = 10B - 5A$$

$$4x = 10 \cdot 80 - 5 \cdot 44$$

$$4x = 800 - 220$$

$$x = 580 : 4$$

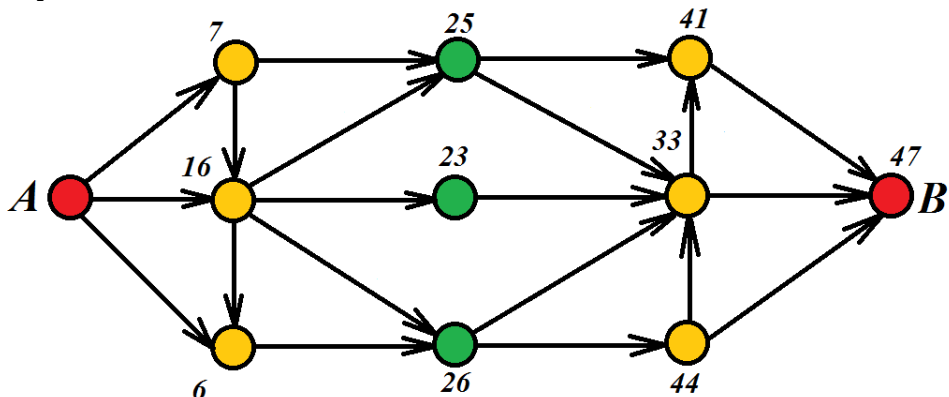
$$x = 145$$

Ответ: масса шарика X равна 145 г.

№ 4

На схеме представлен направленный граф. Нам надо найти кратчайший путь из вершины A в вершину B . Следует учитывать, что может существовать более одного пути с кратчайшей длиной (в нашем случае – минимальным временем движения) и что нас устроит любой из них.

Будем перемещаться по графу слева направо, пометая каждую вершину числом, которое указывает минимальное время (кратчайшее расстояние) от точки старта A (дома) до текущей вершины. Пройдя таким образом по всем вершинам графа и пометив все вершины, мы получим в качестве метки для вершины B минимальное время, которое нужно, чтобы добраться из вершины A в вершину B .

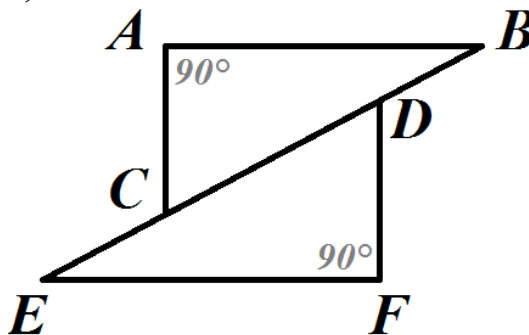


Таким образом, можно узнать, что Оля доедет от дома до работы за 47 минут.

Ответ: 47 минут.

№ 5

Отметим на чертеже то, что нам известно:



Определим градусные величины оставшихся углов.

По условию прямые AC и FD параллельны.

Углы $\angle ACB$ и $\angle FDE$ – накрест лежащие углы при параллельных прямых AC и FD . Значит, по свойству накрест лежащих углов при параллельных прямых $\angle ACB = \angle FDE$.

Так как $\angle ABC : \angle ACB = 4 : 5$.

Обозначим $\angle ACB$ за $5X$, тогда $\angle ABC = 4X$.

Так как $\angle ABC + \angle ACB = 90^\circ$, то составим уравнение:

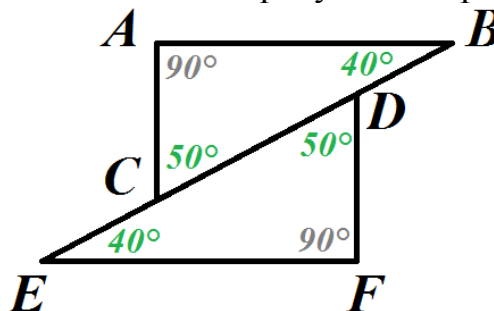
$$4X + 5X = 90$$

$$X = 10$$

Тогда $\angle ABC = 40^\circ$, $\angle ACB = 50^\circ$.

Тогда $\angle FDE = \angle ACB = 50^\circ$, а $\angle FED = 90^\circ - 50^\circ = 40^\circ$.

Отметим на чертеже найденные нами градусные меры углов:



Есть две вершины, из которых выходит нечётное число отрезков. Значит, траекторию можно объехать, выехав из одной из них и финишировав в другой. Это вершины C и D .

Если робот стартует из другой вершины, то он не сможет выполнить условие объехать всю траекторию, проехав по каждому отрезку ровно по одному разу. Посчитаем минимальный угол поворота робота:

$$\begin{aligned} & (180^\circ - 90^\circ) + (180^\circ - 40^\circ) + (180^\circ - 40^\circ) + (180^\circ - 90^\circ) = \\ & = 90^\circ + 140^\circ + 140^\circ + 90^\circ = 460^\circ \end{aligned}$$

Ответ: 460° .

№ 6

Кривая, которую вычерчивает робот, состоит из двух равных дуг окружности, радиус которых равен половине ширины колеи (поскольку маркер находится не на колесе робота, а посередине между колёс), то есть

$$24 \text{ см} : 2 = 12 \text{ см},$$

и одного прямолинейного отрезка.

Чтобы изобразить кривую и определить её длину, нужно определить, какова длина каждой из её составляющих.

Рассмотрим первую дугу. При её вычерчивании ось мотора A повернулась на 0° (колесо A было зафиксировано), а ось мотора B повернулась на 540° . Значит, центр колеса B двигался по окружности радиусом 24 см, при этом центр окружности находился в точке крепления колеса A . Колесо B вращалось и повернулось на 540° . Значит, колесо B переместилось по дуге, длина которой

равна длине окружности колеса, умноженной на количество оборотов, которое данное колесо совершило вокруг своей оси.

Определим градусную меру дуги окружности, на которую повернулся центр колеса **B** и маркер:

$$\frac{540^\circ}{360^\circ} \cdot 2 \cdot \pi \cdot 4 = \frac{x}{360^\circ} \cdot 2 \cdot \pi \cdot 24$$
$$x = \frac{540^\circ \cdot 4}{24} = 90^\circ$$

То есть первая и третья части кривой – это четверть окружности радиусом 12 см. Определим длину первой и третьей части кривой, начерченной роботом:

$$\frac{90^\circ}{360^\circ} \cdot 2 \cdot \pi \cdot 12 = 18,84 \text{ (см)}$$

Длина прямолинейного участка будет равна:

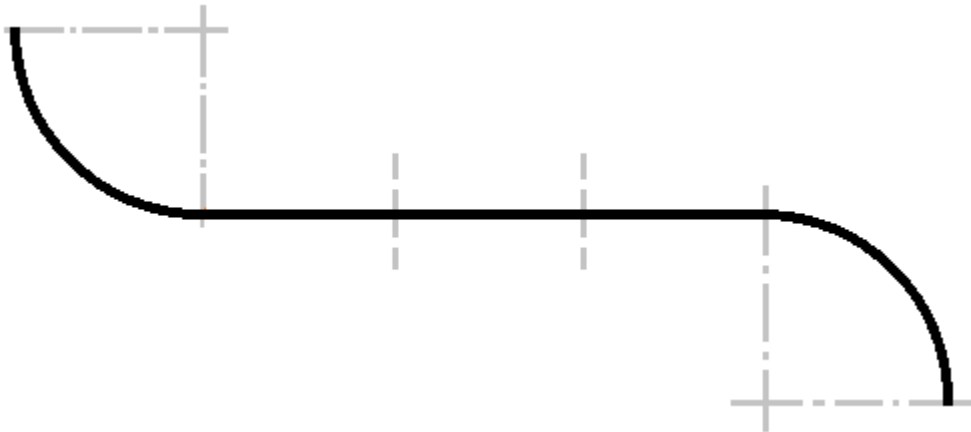
$$\frac{540^\circ}{360^\circ} \cdot 2 \cdot \pi \cdot 4 = 37,68 \text{ (см)}$$

Тогда длина всей кривой будет равна:

$$18,84 \cdot 2 + 37,68 = 75,36 \approx 75,4 \text{ (см)}$$

Ответ:

А)



Б) 75,4 см.