

**МОСКОВСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ
ПО РОБОТОТЕХНИКЕ
2021–2022 уч. г. Очный этап
Теоретический тур
9 класс**

Задание № 1 (5 баллов)

Четырех роботов – Альфа, Бета, Гамма и Дельта – расставили в одну линию. Известно, что:

- Альфа находится не с краю;
- Бета находится рядом с Дельтой;
- Дельта слева от Гаммы и справа от Беты.

В каком порядке слева направо стоят роботы?

Задание № 2 (5 баллов)

На соревнованиях по робохоккею робот должен так бить по шайбам, чтобы они попали в зону с наибольшим числом очков.

1. Поле.

Поле для этих соревнований имеет вид прямоугольника размером 2 м 76 см на 1 м, разделённого на семь зон (см. *схему поля*). Размеры на схеме даны в миллиметрах.

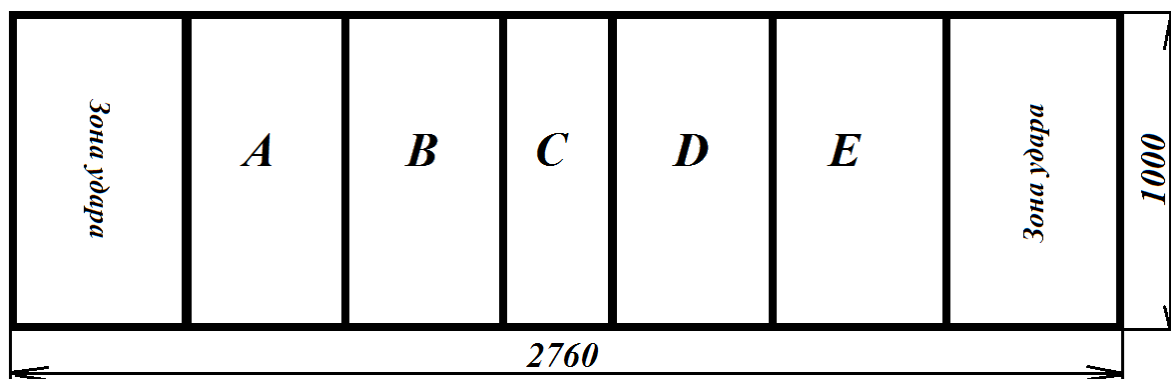


Схема поля

Зоны A, B, D, E и зоны удара имеют одинаковые размеры. Зона C в два раза уже, чем зона B. Толщина линии разметки по всему полю одинаковая и равна 2 см.

2. Игровые элементы.

Игровые элементы представляют собой деревянные шайбы радиусом 5 см и толщиной 1,5 см. В каждом раунде используется 3 шайбы.

3. Жеребьёвка.

Какая из зон удара будет использована на каждой из попыток, определяется с помощью жеребьёвки непосредственно перед попыткой после сдачи всех роботов в карантин. Во время попытки зона удара не меняется.

4. Попытка.

До начала попытки оператор устанавливает робота и шайбу в зоне удара, определённой жеребьёвкой произвольным образом, так, чтобы никакая часть робота и шайбы не выходила за пределы зоны удара. Чёрные линии не являются частью зоны удара.

На каждую попытку даётся три шайбы.

Во время попытки робот должен нанести удар по шайбе таким образом, чтобы шайба начала скользить в направлении зоны **C**. Робот не может использовать для удара части, которые после удара отделяются от него.

Во время попытки оператор может установить каждую из шайб только один раз. Шайба должна быть установлена на свою плоскую сторону. После удара оператор не имеет права касаться шайбы до конца попытки.

Робот может ударять по шайбе, только если он и шайба полностью находятся в зоне удара. Между ударами можно менять положение робота в зоне удара.

Количество ударов, которое может совершить робот за одну попытку, не ограничено.

На одну попытку отводится 2 минуты. Участник может отказаться от продолжения попытки в любой момент.

5. Подсчёт баллов.

После того, как попытка завершилась и все шайбы остановились, происходит подсчёт очков, заработанных роботом (см. таблицу оценки).

Зоны	A и E	B и D	C
Баллы	5	10	20

Таблица оценки

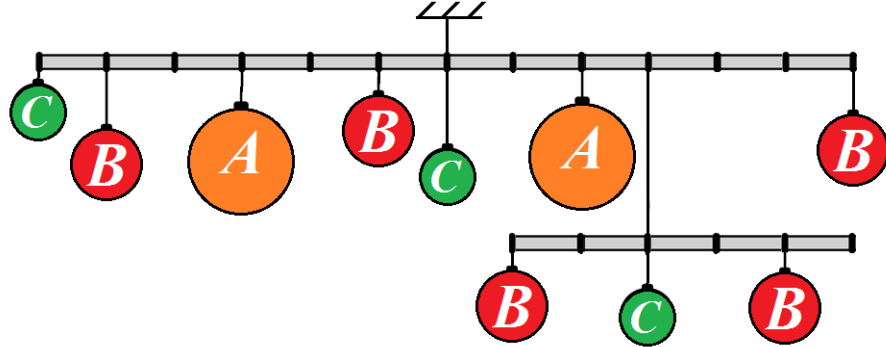
Чёрные линии, ограничивающие поле, являются его частью. Линии, разделяющие зоны поля, считаются относящимися к зонам с меньшим числом очков. Если шайба находится сразу в нескольких зонах, то за неё баллы присуждаются по зоне с наименьшим числом баллов. Если шайба (часть шайбы) находится вне зон **A, B, C, D, E** (т. е. касается поля вне этих зон), то за неё дают 0 баллов.

Робот Маши только что закончил попытку, во время которой робот бил по шайбам, не меняя своего положения на поле. После первого удара шайба № 1 попала в зону **B**. После удара по шайбе № 2, она попала по шайбе № 1. После этого шайба № 2 проехала немного назад и оказалась на границе зон **A** и **B**, а шайба № 1 переместилась вперёд и оказалась на границе зон **B** и **C**. После удара шайба № 3 проехала рядом с шайбами № 2 и № 1 и остановилась так, что центр шайбы № 3 оказался на расстоянии 3 см от ближайшей границы линии, разделяющей зоны **C** и **D**. При этом шайбы № 1 шайба № 3 не коснулась, а шайбу № 2 она подвинула так, что шайба № 2 оказалась полностью в зоне **B**.

Определите, сколько очков заработал робот за эту попытку, если все три шайбы не переместились за границы поля. Приведите подробное обоснование Вашего ответа.

Задание № 3 (10 баллов)

Даша взяла две лёгкие (невесомые) прочные твёрдые ровные балки и нанесла на них разметку с помощью маркера, разделив каждую из них на несколько равных частей. Скрепив балки и прикрепив к ним несколько шариков (см. *схему*), девочка подвесила получившуюся конструкцию к потолку, после чего балки заняли горизонтальное положение.

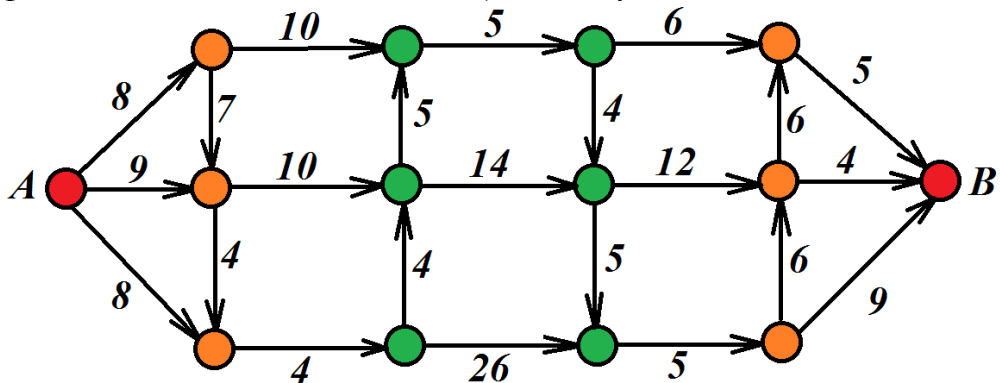


Схема

У Дашы были шарики трёх типов. На схеме они обозначены одинаковыми буквами. Все шарики одного типа имеют одинаковую массу. Длина верхней балки равна 1 м 5 дм. Масса шарика *A* равна 117 г, масса шарика *B* равна 45 г. Определите, чему равна масса одного шарика *C*. Ответ дайте в граммах. Приведите подробное решение данной задачи.

Задание № 4 (10 баллов)

Робот должен проехать от старта (точка *A*) до финиша (точка *B*) по линиям, попутно собирая кольца, развешенные по всему пути. Линии, связывающие старт с финишем, показаны на схеме (см. *схему*).

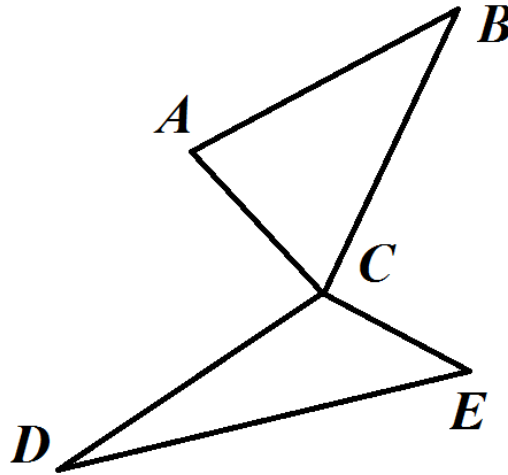


Схема

По регламенту движение по линиям разрешено только в указанных направлениях. Цифрами на схеме обозначено количество колец, которое робот может собрать на данном участке. Менять направление движения можно только на перекрёстках, обозначенных кругами. Какое наибольшее число колец может собрать робот за один проезд, соответствующий регламенту? Приведите подробное решение данной задачи.

Задание № 5 (15 баллов)

Робот-чертёжник движется по ровной горизонтальной поверхности и наносит на неё изображение (см. *траекторию*) при помощи кисти, закреплённой посередине между колёс.



Траектория

Траектория представляет собой два треугольника ABC и DEC . Известно, что $\angle BAC = 80^\circ$, $\angle ACD = 85^\circ$, $\angle ABC = 30^\circ$, $\angle CED = 35^\circ$, $\angle DCE = 100^\circ$.

Робот оснащён двумя отдельно управляемыми колёсами, расстояние между центрами колёс (ширина колеи) составляет 22 см, радиус колеса робота 7 см. Все повороты робот должен совершать на месте, вращая колёса с одинаковой скоростью в противоположных направлениях. Из-за крепления кисти робот не может ехать назад. Робот должен проехать по каждому отрезку траектории ровно по одному разу.

Определите минимальный суммарный угол поворота робота, на который он должен повернуться при проезде по всей траектории. Ответ дайте в градусах. Приведите подробное решение задачи.

Справочная информация

Под суммарным углом поворота понимается сумма величин углов поворотов, при этом направление поворотов робота не учитывается.

Задание № 6 (15 баллов)

Робот оснащён двумя отдельно управляемыми колёсами, радиус каждого из колёс робота равен 6 см. Левым колесом управляет мотор *A*, правым колесом управляет мотор *B*. Колёса напрямую подсоединены к моторам (см. *схему робота*). Посередине между центрами колёс находится маркер. Расстояние между центрами колёс (ширина колеи) робота равно 24 см. Моторы на роботе установлены так, что если обе оси повернутся на 180° , то робот проедет прямо вперёд.

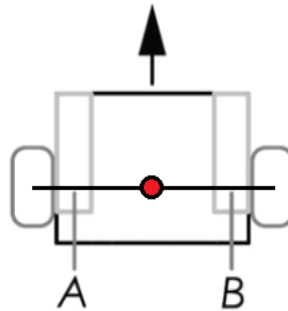


Схема робота

Робот вычерчивает кривую, состоящую из нескольких частей. При этом он последовательно выполнил следующие действия:

- 1) Ось мотора *A* повернулась на 720° , ось мотора *B* повернулась на 720° .
- 2) Ось мотора *A* повернулась на 0° (колесо *A* было зафиксировано), а ось мотора *B* повернулась на 720° .
- 3) Ось мотора *A* повернулась на 480° , ось мотора *B* повернулась на 480° .
- 4) Ось мотора *A* повернулась на -180° , ось мотора *B* повернулась на 180° .
- 5) Ось мотора *A* повернулась на 720° , ось мотора *B* повернулась на 720° .

А) (7 баллов) Изобразите кривую, которую начертил робот, сохранив пропорции.

Б) (8 баллов) Определите, какой длины кривую начертил робот. Ответ дайте в сантиметрах, приведя результат с точностью до десятых. При расчётах примите $\pi \approx 3,14$.

Приведите подробное решение задачи. Чтобы получить более точный результат, округление стоит производить только при получении финального ответа.

Решения и ответы

№ 1

Ответ: Бета, Дельта, Альфа, Гамма.

№ 2

Рассмотрим расположение шайб. Учтём, что чёрные линии, ограничивающие поле, являются его частью. Линии, разделяющие зоны поля, считаются относящимися к зонам с меньшим числом очков. Если шайба находится сразу в нескольких зонах, то за неё баллы присуждаются по зоне с наименьшим числом баллов. Если шайба находится вне зон *A*, *B*, *C*, *D*, *E* (некоторые части шайбы касаются поля вне зон), то за неё дают 0 баллов.

Шайбы расположены следующим образом:

Шайба № 1 – на границе зон *B* и *C*.

Шайба № 2 – полностью в зоне *B*.

Центр шайбы № 3 оказался на расстоянии 3 см от ближайшей границы линии, разделяющей зоны *C* и *D*.

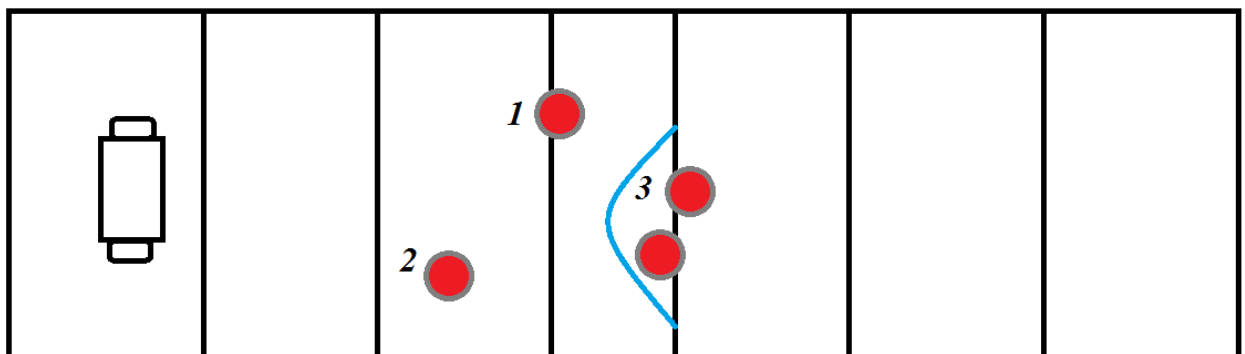
Так как радиус шайбы 5 см, то от края шайбы до границы зон *C* и *D* будет равно:

$$3 - 5 = -2 \text{ (см)}$$

То есть шайба № 3 окажется на линии границы между зонами *C* и *D*. Это засчитывается так, что шайба № 3 находится в зоне *D*.

Шайба № 3 может находиться в двух положениях относительно линии, разделяющей зоны *C* и *D*. Однако это не влияет на баллы, которые за неё начисляются.

Шайбы могут быть расположены следующим образом:



Значит, шайба № 1 приносит 10 баллов, шайба № 2 – 10 баллов, а шайба № 3 – снова 10 баллов. Итого за попытку получается 30 баллов.

Ответ: 30 баллов.

№ 3

Чтобы определить массы шариков, необходимо записать условие равновесия рычага:

$$\frac{F_1}{F_2} = \frac{l_2}{l_1}, \text{ где } F = mg$$

Обозначим x массу шарика C .

Можно также заметить, что шарики на нижней балке расположены симметрично относительно точки подвеса, а значит, если их снять, то равновесие нижней балки не нарушится. Однако равновесие верхней балки будет нарушено. Всю нижнюю балку можно заменить на один большой шарик, масса которого будет равна массе всех шариков, подвешенных к нижней балке.

Составим уравнение равновесия системы. Так как по условию задачи балки разделены на равные части, то мы можем пренебречь их длинами, учитывая только соотношения частей.

Для простоты в уравнении опустим ускорение свободного падения.

$$6x + 5B + 3A + 1B = 0x + 2A + 3(2B + x) + 6B$$

$$6x + 3A = 2A + 6B + 3x$$

$$3x = 6B - A$$

$$3x = 6 \cdot 45 - 117$$

$$x = 153 : 3$$

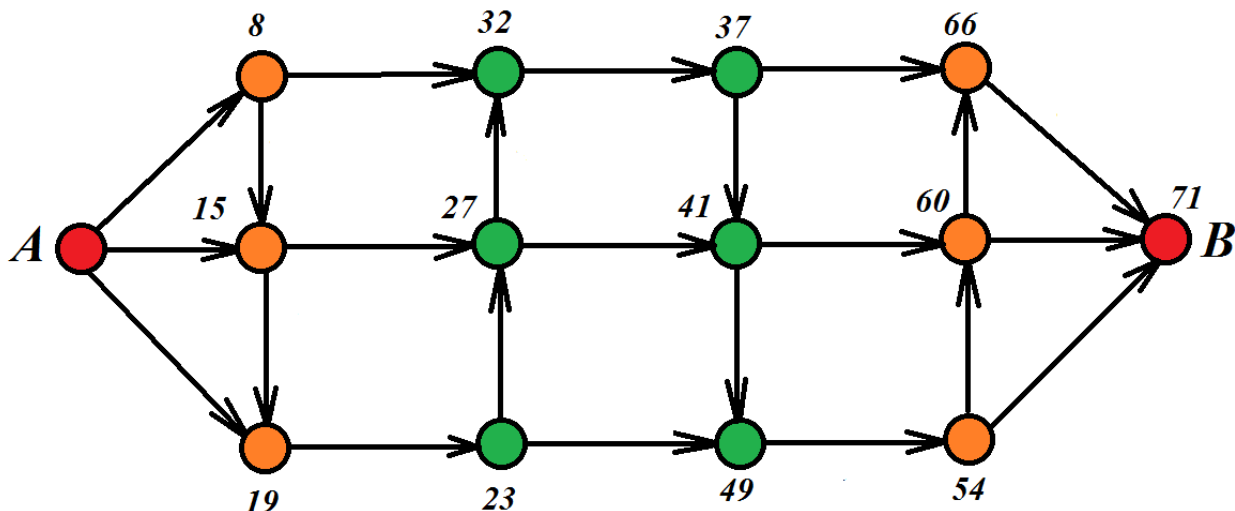
$$x = 51$$

Ответ: масса шарика C равна 51 г.

№ 4

На схеме представлен направленный граф. Нам надо найти путь максимальной длины из вершины A в вершину B . Учтём, что может существовать более одного пути максимальной длины и что нас устроит любой из них.

Будем перемещаться по графу слева направо, помечая каждую вершину числом, которое указывает максимальный путь от точки старта A до текущей вершины. Пройдя таким образом по всем вершинам графа и пометив их все, мы получим в качестве метки для вершины B максимальное количество колец, которое можно собрать при движении из вершины A в вершину B .

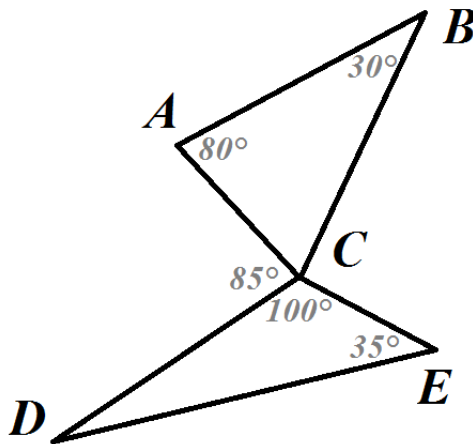


Таким образом можно показать, что робот может собрать 71 кольцо.

Ответ: 71 кольцо.

№ 5

Отметим на чертеже то, что нам известно:



Определим градусные величины оставшихся углов.

Так как сумма углов треугольника равна 180° , то:

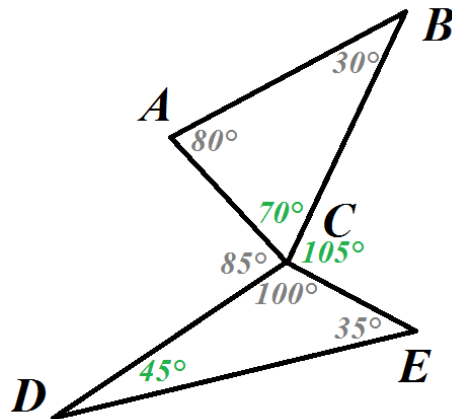
$$\angle BCA = 180^\circ - (\angle ABC + \angle CAB) = 180^\circ - (30^\circ + 80^\circ) = 180^\circ - 110^\circ = 70^\circ$$

$$\angle CDE = 180^\circ - (\angle ECD + \angle CED) = 180^\circ - (100^\circ + 35^\circ) = 180^\circ - 135^\circ = 45^\circ$$

Посчитаем величину угла $\angle BCE$:

$$\angle BCE = 360^\circ - (100^\circ + 85^\circ + 70^\circ) = 105^\circ$$

Отметим на чертеже найденные нами градусные меры углов:



Так как из всех вершин выходит чётное число отрезков, то для того, чтобы определить наиболее выгодные точки старта, нужно найти потенциальный наибольший угол поворота, который будет исключён в случае старта в данной вершине.

Наибольший угол поворота в вершине находится в вершинах с углами с наименьшей градусной мерой. В нашем случае это вершина **B**.

Посчитаем минимальный угол поворота робота:

$$\begin{aligned} & (180^\circ - 80^\circ) + (180^\circ - 45^\circ) + (180^\circ - 35^\circ) + \\ & + (180^\circ - 70^\circ) - 85^\circ + 85^\circ - (180^\circ - 100^\circ) = \\ & = 100^\circ + 135^\circ + 145^\circ + (110^\circ - 80^\circ) = 410^\circ \end{aligned}$$

Ответ: 410°.

№ 6

Рассмотрим, какого типа движения совершает робот. Их можно разделить на три типа: разворот на месте, разворот вокруг колеса, проезд прямо.

Движение 1) и 5) – это проезд вперёд (ось мотора **A** повернулась на 720°, ось мотора **B** повернулась на 720°).

Рассчитаем, какой длины прямолинейный отрезок проехал робот.

$$\frac{720^\circ}{360^\circ} \cdot 2 \cdot \pi \cdot 6 = 24 \cdot \pi = 75,36 \text{ (см)}$$

Движение 3) – это проезд вперёд (ось мотора **A** повернулась на 480°, ось мотора **B** повернулась на 480°).

Рассчитаем, какой длины прямолинейный отрезок проехал робот.

$$\frac{480^\circ}{360^\circ} \cdot 2 \cdot \pi \cdot 6 = 16 \cdot \pi = 50,24 \text{ (см)}$$

Движение 4) – это разворот на месте (ось мотора **A** повернулась на -180° , ось мотора **B** повернулась на 180°).

Рассчитаем угол поворота робота на месте:

$$\frac{180^\circ}{360^\circ} \cdot 2 \cdot \pi \cdot 6 = \frac{x}{360^\circ} \cdot 2 \cdot \pi \cdot 12$$

$$x = \frac{180^\circ}{12} \cdot 6 = 90^\circ$$

То есть робот развернулся на месте на 90° , при этом колесо A движется назад, а колесо B движется вперед.

Движение 2) – это поворот робота вокруг колеса (ось мотора A повернулась на 0° (колесо A было зафиксировано), а ось мотора B повернулась на 720°).

Рассчитаем угол поворота робота вокруг колеса A :

$$\frac{720^\circ}{360^\circ} \cdot 2 \cdot \pi \cdot 6 = \frac{x}{360^\circ} \cdot 2 \cdot \pi \cdot 24$$
$$x = \frac{720^\circ}{24} \cdot 6 = 180^\circ$$

То есть робот повернулся вокруг колеса A на 180° .

Определим длину дуги, которую вычертил робот:

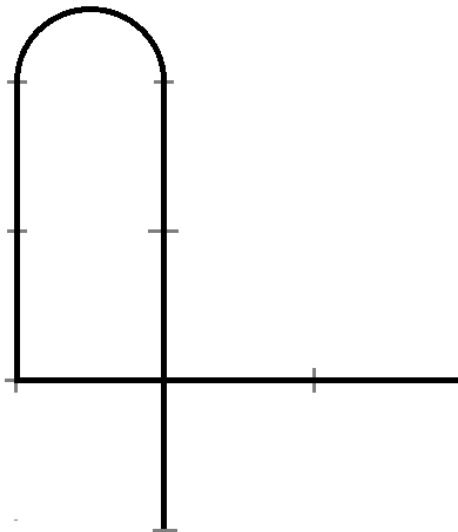
$$\frac{180^\circ}{360^\circ} \cdot 2 \cdot \pi \cdot 12 = 37,68 \text{ (см)}$$

Тогда общая длина кривой, вычерченной роботом, будет равна:

$$75,36 \cdot 2 + 50,24 + 37,68 = 238,64 \approx 238,6 \text{ (см)}$$

Ответ:

А)



Б) 238,6 см.