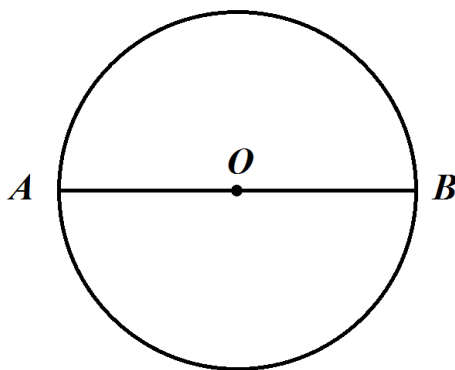


**МОСКОВСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ  
ПО РОБОТОТЕХНИКЕ  
2021–2022 учебный год  
Заочный этап  
7–8 классы**

**№ 1 (1 балл)**

Найдите длину окружности с центром в точке  $O$ , если длина отрезка  $AB$  равна 3 дм. При расчётах примите  $\pi \approx 3,14$ . Ответ дайте в сантиметрах, округлив результат до целого числа.



**Ответ: 94.**

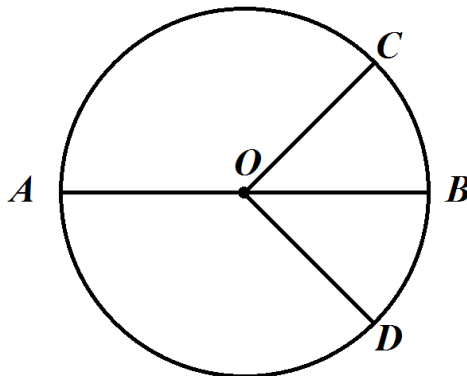
**№ 2 (2 балла)**

Катя, используя шестерёнки, собрала работающую одноступенчатую передачу. На ведущей оси, соединённой напрямую с мотором, находится шестерёнка с 63 зубьями, на ведомой оси – шестерёнка с 126 зубьями. Катя написала программу, согласно которой ведущая ось делает 1 оборот в секунду. Определите, сколько оборотов в минуту будет делать ведомая ось.

**Ответ: 30.**

**№ 3 (2 балла)**

Дан круг с центром в точке  $O$  (см. *чертёж*). Из предложенных вариантов выберите **два** варианта, которые содержат верные формулы нахождения площади данного круга.



*Чертёж*

- А)  $S = \pi \cdot OC^2$
- Б)  $S = \pi \cdot AB^2$
- В)  $S = 2 \cdot \pi \cdot OA$
- Г)  $S = 2 \cdot \pi \cdot OD^2$
- Д)  $S = \pi \cdot OA \cdot OB$
- Е)  $S = \pi \cdot AB \cdot OC$

**Ответ: А, Д.**

**№ 4 (2 балла)**

Робот проехал первую половину пути со скоростью 5 см/с, а вторую – со скоростью 12 дм/мин. На проезд по первой половине трассы робот потратил 2 минуты. Определите время, за которое робот проедет всю трассу. Ответ дайте в секундах.

**Ответ: 420.**

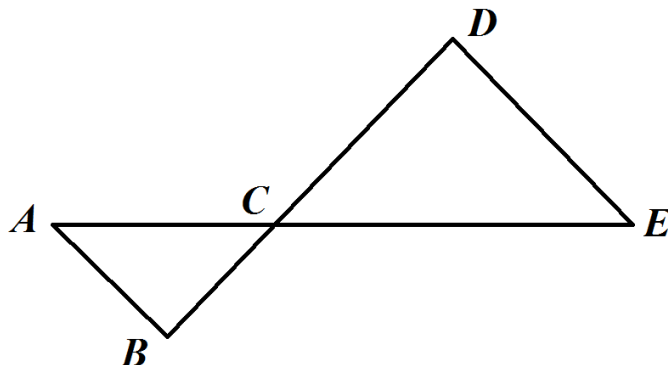
**№ 5 (3 балла)**

Робот начертил прямоугольник. Периметр прямоугольника равен 15 м. Длина прямоугольника на 20 дм больше его ширины. Определите площадь прямоугольника, изображённого роботом. Ответ дайте в квадратных сантиметрах.

**Ответ: 130625.**

**№ 6 (10 баллов)**

Робот-чертёжник движется по ровной горизонтальной поверхности и наносит на неё изображение (см. траекторию) при помощи кисти, закреплённой посередине между колёс.



*Траектория*

Траектория представляет собой два треугольника  $ABC$  и  $CED$ . Отрезки  $AE$  и  $BD$  пересекаются в точке  $C$ . Известно, что  $AB \parallel DE$ ,  $\angle BAC = 60^\circ$ ,  $\angle ABC = 80^\circ$ .

Робот оснащён двумя отдельно управляемыми колёсами, расстояние между центрами колёс (ширина колеи) составляет 12 см, диаметр колеса робота 5 см. Все повороты робот должен совершать на месте, вращая колёса с одинаковой скоростью в противоположных направлениях. Из-за крепления кисти робот не может ехать назад. Робот должен проехать по каждому отрезку траектории ровно по одному разу.

А) (4 балла) Укажите две вершины, из которых должен стартовать робот, чтобы суммарный угол поворота робота был минимален.

- $A$
- $B$
- $C$
- $D$
- $E$

Б) (6 баллов) Определите минимальный суммарный угол поворота робота, на который он должен повернуться при проезде по всей траектории. Ответ дайте в градусах.

***Справочная информация***

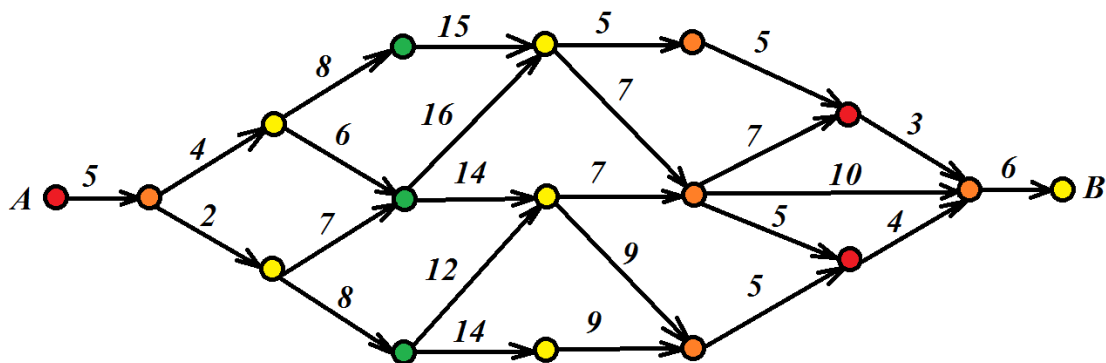
*Под суммарным углом поворота понимается сумма величин углов поворотов, при этом направление поворотов робота не учитывается.*

**Ответ:**

- А)  $A, E$ ;  
Б) 320.

**№ 7 (10 баллов)**

Даше надо проехать на машине из дома (точка *A*), до работы (точка *B*). Дороги, связывающие Дашин дом с местом её работы, показаны на схеме (см. *схему*).



*Схема*

Стрелками указаны направления движения на участках дорог с односторонним движением. Числа на схеме указывают время в минутах, которое Даша потратит на проезд по данному участку. Менять направление движения можно только на перекрёстках, обозначенных кругами. Какое наименьшее время в минутах потребуется Даше на то, чтобы добраться от дома до работы?

**Ответ: 49.**

**№ 8 (10 баллов)**

Робот оснащён двумя отдельно управляемыми колёсами. Левым колесом управляет мотор *A*, правым колесом управляет мотор *B*. Колёса напрямую подсоединены к моторам. На роботе установлен один датчик освещённости. Саша написал программу, чтобы робот ехал по чёрной линии. Этот фрагмент кода отвечает за движение по чёрной линии:

```
k = 2,5;  
while (true)  
{  
  u = k * (s1 - grey);  
  motor[motorA] = 55 - u;  
  motor[motorB] = 55 + u;  
  wait1msec(10);  
}
```

При калибровке на чёрном датчик робота показал 7, при калибровке на белом показал 84. В качестве значения границы серого Саша взял среднее арифметическое показаний датчика на чёрном и на белом. Мощность моторов может быть выражена целым числом в пределах от  $-100$  до  $100$ . В случае, если на мотор подаётся не целое значение мощности, происходит отбрасывание дробной части.

Определите, какая мощность будет подана на моторы **A** и **B** при показаниях датчика  $s_1$ , равных 21.

### **Справочная информация**

*Пропорциональный закон выглядит следующим образом:  $U = k(O - B)$ .*

*$U$  – это управляющее воздействие – это то, что корректирует величину мощности моторов в данный момент времени.*

*$k$  – это коэффициент усиления воздействия.*

*$O$  – текущее показание датчика.*

*$B$  – желаемое состояние – это граница серого. В качестве границы серого в данной задаче берут среднее арифметическое между показаниями датчика на белом и на чёрном.*

### **Ответ:**

мощность мотора **A** (5 баллов): 100;

мощность мотора **B** (5 баллов): –6.

### **№ 9 (10 баллов)**

Робот, оснащённый двумя отдельно управляемыми колёсами одинакового радиуса, проезжает прямолинейную трассу. При этом каждая из осей моторов делает по 64 полных оборота. Колёса напрямую подсоединены к моторам. Левым колесом управляет мотор **B**, правым колесом управляет мотор **C**.

После этого на роботе поменяли оба колеса на новые, длина окружности которых отличается на 5 см от длины окружности колёс из прошлого комплекта. Робот снова проезжает ту же трассу, при этом каждая из осей моторов совершает по 48 полных оборотов.

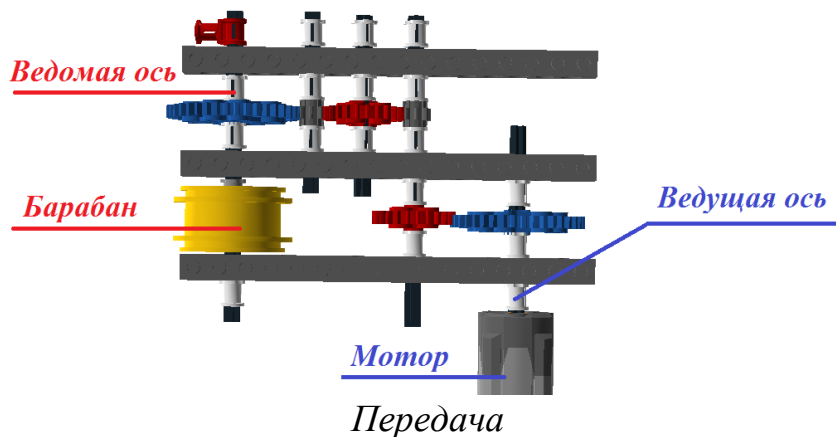
Определите длину трассы. Ответ дайте в сантиметрах, округлив результат до целого числа. При расчётах примите  $\pi \approx 3,14$ .

Чтобы получить более точный ответ, округление стоит производить только при получении финального ответа.

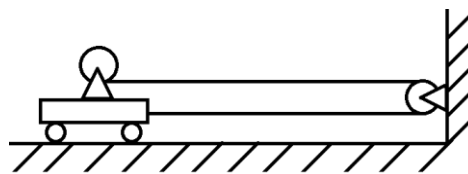
**Ответ: 960.**

**№ 10 (10 баллов)**

На робототехническом полигоне стоит тележка на четырёх колёсах. Все колёса тележки одинаковые, диаметр каждого из колёс тележки равен 10 см. На тележке укреплена конструкция с мотором, зубчатой передачей и цилиндрическим барабаном (см. *передачу*).



К барабану привязали длинную тонкую прочную нерастяжимую нить. Длина нити равна 8 м. Другой конец нити Катя перебросила через закреплённый неподвижный блок и прикрепила к этой же тележке так, что нить оказалась натянута горизонтально. Если запустить мотор, то нить будет наматываться на барабан (см. *схему*).



*Схема*

При сборке передачи Катя использовала шестерёнки трёх типов. У больших шестерней – 40 зубьев, у средних – 24 зуба, у маленьких – 8 зубьев. Диаметр барабана равен 65 мм.

Катя запускает программу, и ось мотора начинает вращаться, делая 12 оборотов в минуту.

Определите, за сколько секунд тележка проедет 2 м. При расчётах примите  $\pi \approx 3,14$ . Считайте, что нить наматывается на барабан равномерно в один слой. Ответ дайте в секундах, округлив результат до целого числа

Чтобы получить более точный ответ, округление стоит производить только при получении финального ответа.

**Ответ: 294.**

### Критерии проверки

№ задания	Ответы	Баллы
1	Ответ: 94	Дан верный ответ в требуемых единицах измерения – 1 балл. 0 баллов в остальных случаях
2	Ответ: 30	Дан верный ответ в требуемых единицах измерения – 2 балла. 0 баллов в остальных случаях
3	Ответ: А, Д	По 1 баллу за каждый верный выбранный ответ, если выбраны один или два варианта ответа. 0 баллов в остальных случаях
4	Ответ: 420	Дан верный ответ в требуемых единицах измерения – 2 балла. 0 баллов в остальных случаях
5	Ответ: 130625	Дан верный ответ в требуемых единицах измерения – 3 балла. 0 баллов в остальных случаях
6 А	Ответ: А, Е	По 2 балла за каждый верный выбранный ответ, если выбраны один или два варианта ответа. 0 баллов в остальных случаях
6 Б	Ответ: 320	Дан верный ответ в требуемых единицах измерения – 6 баллов. 0 баллов в остальных случаях
7	Ответ: 49	Дан верный ответ в требуемых единицах измерения – 10 баллов. 0 баллов в остальных случаях
8 А	Мощность мотора А: 100	Дан верный ответ в требуемых единицах измерения – 5 баллов. 0 баллов в остальных случаях
8 Б	Мощность мотора В: –6	Дан верный ответ в требуемых единицах измерения – 5 баллов. 0 баллов в остальных случаях
9	Ответ: 960	Дан верный ответ в требуемых единицах измерения – 10 баллов. 0 баллов в остальных случаях
10	Ответ: 294	Дан верный ответ в требуемых единицах измерения – 10 баллов.
	Ответ: 147	Дан ответ, но допущена ошибка в месте определения скорости тележки – 5 баллов. 0 баллов в остальных случаях

**Максимум за работу 60 баллов**

## Решения и ответы

### № 1

#### Решение

$AB$  – это диаметр окружности.

$AB = 3$  дм = 30 см.

Длина окружности будет равна:

$$C = \pi \cdot AB = 3,14 \cdot 30 = 94,2 \approx 94 \text{ (см)}$$

**Ответ: 94.**

### № 2

#### Решение

Посчитаем количество оборотов в минуту, которое делает ведущая ось:

$$1 \cdot 60 = 60 \text{ (об. /мин.)}$$

Определим количество оборотов ведомой оси в минуту:

$$60 \cdot 63 : 126 = 30 \text{ (об. /мин.)}$$

**Ответ: 30.**

### № 3

**Ответ: А, Д.**

### № 4

#### Решение

Определим длину половины трассы:

$$5 \text{ см/с} \cdot 2 \cdot 60 \text{ с} = 600 \text{ (см)} = 60 \text{ (дм)}$$

Определим время, за которое робот проедет вторую половину пути:

$$60 : 12 = 5 \text{ (мин.)}$$

Определим время, за которое робот проедет всю трассу:

$$2 + 5 = 7 \text{ (мин.)}$$

$$7 \text{ мин.} = 7 \cdot 60 \text{ с} = 420 \text{ с}$$

**Ответ: 420.**



№ 5

**Решение**

Обозначим за  $X$  м ширину прямоугольника. Тогда длина прямоугольника будет равна  $(X + 2)$  м. Так как периметр прямоугольника равен 15 м, составим уравнение:

$$\begin{aligned}2 \cdot (X + 2 + X) &= 15 \\2X + 2 &= 7,5 \\X &= 2,75\end{aligned}$$

Тогда длина стороны прямоугольника равна:

$$2,75 + 2 = 4,75 \text{ (м)}$$

Переведём длины сторон прямоугольника в сантиметры:

$$2,75 \text{ м} = 275 \text{ см}$$

$$4,75 \text{ м} = 475 \text{ см}$$

Определим площадь прямоугольника:

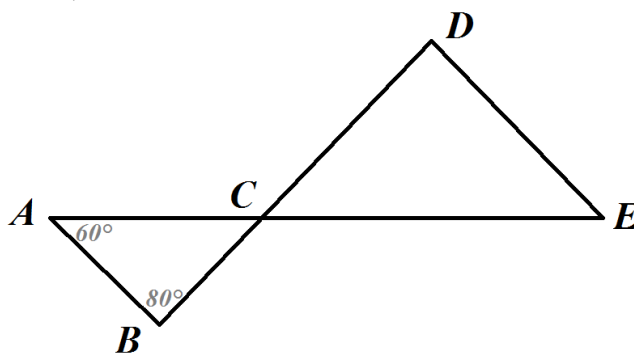
$$275 \cdot 475 = 130625 \text{ (см}^2\text{)}$$

**Ответ: 130625.**

№ 6

**Решение**

Отметим на чертеже то, что нам известно:



Определим градусные величины оставшихся углов.

Так как сумма углов треугольника равна  $180^\circ$ , то:

$$\angle ACB = 180^\circ - (\angle CAB + \angle ABC) = 180^\circ - (60^\circ + 80^\circ) = 180^\circ - 140^\circ = 40^\circ$$

$\angle ACB$  и  $\angle ECD$  – вертикальные углы, значит, по свойству вертикальных углов:

$$\angle ACB = \angle ECD = 40^\circ$$

По условию, прямые  $AB$  и  $DE$  – параллельны.

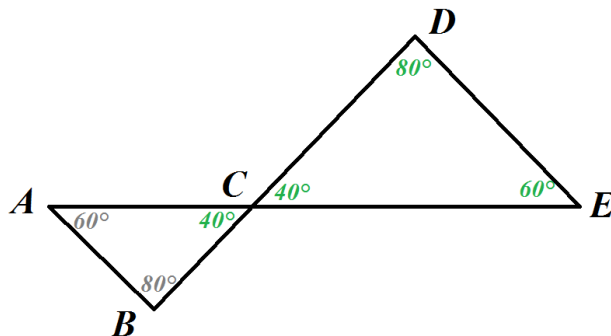
Углы  $\angle BAC$  и  $\angle CED$  – накрест лежащие углы при параллельных прямых  $AB$ ,  $DE$  и секущей  $AE$ . Значит, по свойству накрест лежащих углов при параллельных прямых:

$$\angle BAC = \angle CED = 60^\circ$$

Углы  $\angle ABC$  и  $\angle CDE$  – накрест лежащие углы при параллельных прямых  $AB$ ,  $DE$  и секущей  $BD$ . Значит, по свойству накрест лежащих углов при параллельных прямых:

$$\angle ABC = \angle CDE = 80^\circ$$

Отметим на чертеже найденные нами градусные меры углов:



Так как из всех вершин выходит чётное число отрезков, то для того, чтобы определить наиболее выгодные точки старта, нужно найти потенциальный наибольший угол поворота, который будет исключён в случае старта в данной вершине.

Наибольший угол поворота в вершине находится в вершине угла с наименьшей градусной мерой. В нашем случае это вершина  $C$ . Однако, мы можем проехать вершину  $C$  не останавливаясь и не поворачиваясь. Значит, нам надо выбрать следующую вершину, которая является вершиной угла следующего по малости за углом  $C$ . Это вершины  $A$  и  $E$ .

Посчитаем минимальный угол поворота робота:

$$(180^\circ - 60^\circ) + 2 \cdot (180^\circ - 80^\circ) = 120^\circ + 2 \cdot 100^\circ = 320^\circ$$

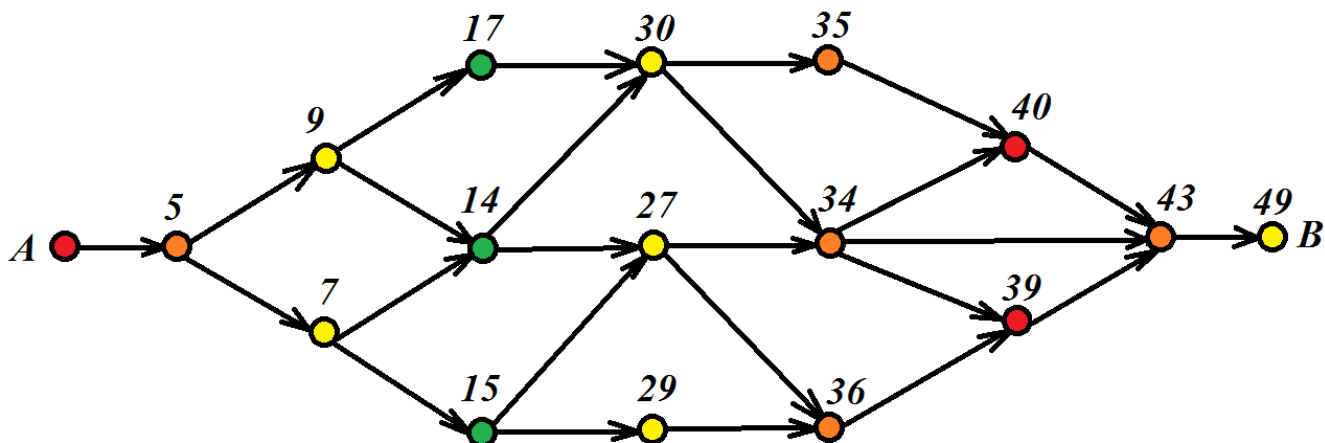
**Ответ:**

- А)  $A, E$ ;
- Б) 320.

## № 7

### Решение

На схеме представлен направленный граф. Нам надо найти кратчайший путь из вершины  $A$  в вершину  $B$ . Говоря о «кратчайшем пути», следует учитывать, что может существовать более одного пути с кратчайшей длиной (в нашем случае – минимальным временем движения), и что нас устроит любой из них. Будем перемещаться по схеме слева направо, пометая каждую вершину числом, которое указывает минимальное время (кратчайшее расстояние) от текущей вершины до точки старта  $A$  (дома). Пройдя таким образом по всем вершинам графа и пометив все вершины, мы получим в качестве метки для вершины  $B$  минимальное время, которое нужно, чтобы добраться из вершины  $A$  в вершину  $B$ .



Таким образом, можно узнать, что Даша доедет от дома до работы за 49 минут.

**Ответ: 49.**

### № 8

#### Решение

Проведём расчёты согласно представленной в задании части кода.

Определим границу серого:

$$(84 + 7) : 2 = 45,5$$

Рассчитаем управляющее воздействие:

$$(21 - 45,5) \cdot 2,5 = (-24,5) \cdot 2,5 = -61,25$$

Определим мощность, которая будет подаваться на моторы.

Мотор **A**:

$$55 - (-61,25) = 116,25$$

Если на мотор подаётся не целое значение мощности, то происходит отбрасывание дробной части, следовательно, мы получаем значение 116. Так как величина мощности по модулю (116) превышает 100, то на мотор **A** будет подана мощность 100.

Мотор **B**:

$$55 + (-61,25) = -6,25$$

Так как если на мотор подаётся не целое значение мощности, происходит отбрасывание дробной части, то на мотор **B** будет подана мощность -6.

Так как величины мощности по модулю не превышают 100, полученная величина будет поданы на мотор без изменения.

**Ответ:**

мощность мотора **A**: 100;

мощность мотора **B**: -6.

**№ 9**

**Решение**

Длина окружности колеса из первого комплекта:

$$C_1 = \frac{L}{N_1}, \text{ где } L \text{ — длина трассы.}$$

Длина окружности колеса из второго комплекта:

$$C_2 = \frac{L}{N_2}$$

Так как длина окружности колеса изменилась на 5 см, то составим уравнение:

$$\frac{L}{N_2} - \frac{L}{N_1} = 5$$

$$L\left(\frac{1}{N_2} - \frac{1}{N_1}\right) = 5$$

$$L = \frac{5}{\frac{1}{N_2} - \frac{1}{N_1}} = \frac{5 \cdot 64 \cdot 48}{64 - 48} = 960 \text{ (см)}$$

**Ответ: 960.**

**№ 10**

**Решение**

Поскольку нить прикреплена к барабану, который прикреплен к тележке, перемещение тележки будет определяться только радиусом барабана и частотой его вращения. Барабан будет наматывать на себя нить, тем самым подтягивая тележку вперед.

Определим длину окружности барабана:

$$l = \pi \times D \approx 3,14 \cdot 6,5 = 20,41 \text{ (см)}$$

Определим частоту вращения барабана.

За одну минуту ведомая ось первой ступени сделает

$$12 \cdot 40 : 24 = 20 \text{ (об.)}$$

За одну минуту ось, на которой закреплен барабан, сделает

$$20 \cdot 8 : 40 = 4 \text{ (об.)}$$

Определим длину нити, которую барабан наматывает на себя за 1 минуту:

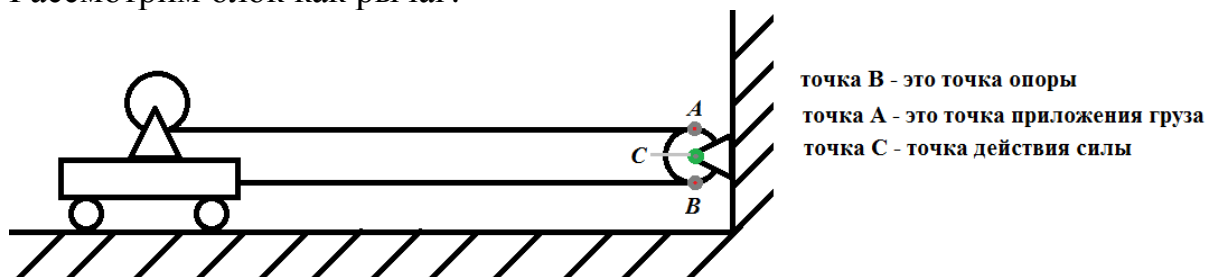
$$20,41 \cdot 4 = 81,64 \text{ (см)}$$

При этом тележка переместится на расстояние в 2 раза меньшее, чем длина нити, которую наматывает на себя барабан.

Это можно обосновать следующим образом.

Способ №1

Рассмотрим блок как рычаг:

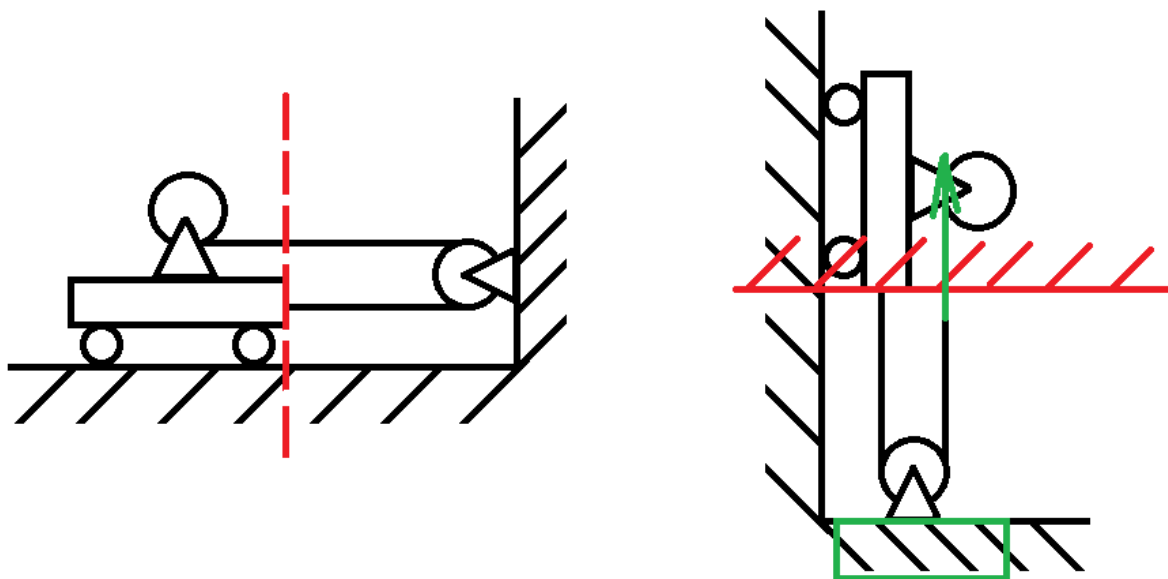


При этом, сила, с которой блок тянет тележку равна силе, с которой блок действует на опору.

Точки  $A$ ,  $B$ ,  $C$  лежат на диаметре. При это  $AB = 2BC$ , значит, получаем проигрыш в расстоянии в 2 раза, но выигрыш в силе в 2 раза.

Способ №2

Тележка приближается к стене. Перейдём в систему отсчёта, связанную с движущейся тележкой:



В этой системе отсчёта можно рассматривать блок, прикрепленный к стене как подвижный блок. Соответственно, мы получаем выигрыш в силе в 2 раза и проигрыш в расстоянии в 2 раза.

Значит, скорость движения тележки равна

$$81,64 : 2 = 40,82 \frac{\text{см}}{\text{мин.}}$$

Определим время в секундах, за которое тележка проедет заданное расстояние:

$$(200 : 40,82) \cdot 60 = 293,97 \dots \approx 294 \text{ (с)}$$

**Ответ: 294.**