

Московская олимпиада школьников по робототехнике

дистанционный этап

7–8 КЛАССЫ

Вариант № 1

Задание 1

По представленной схеме (рис. 1.) определите, будут ли вращаться шестерёнки В, С и D, если будет вращаться шестерёнка А.

Если шестерёнки будут вращаться, то определите, в каком направлении будут вращаться шестерёнки В, С и D, если шестерёнка А вращается по часовой стрелке.

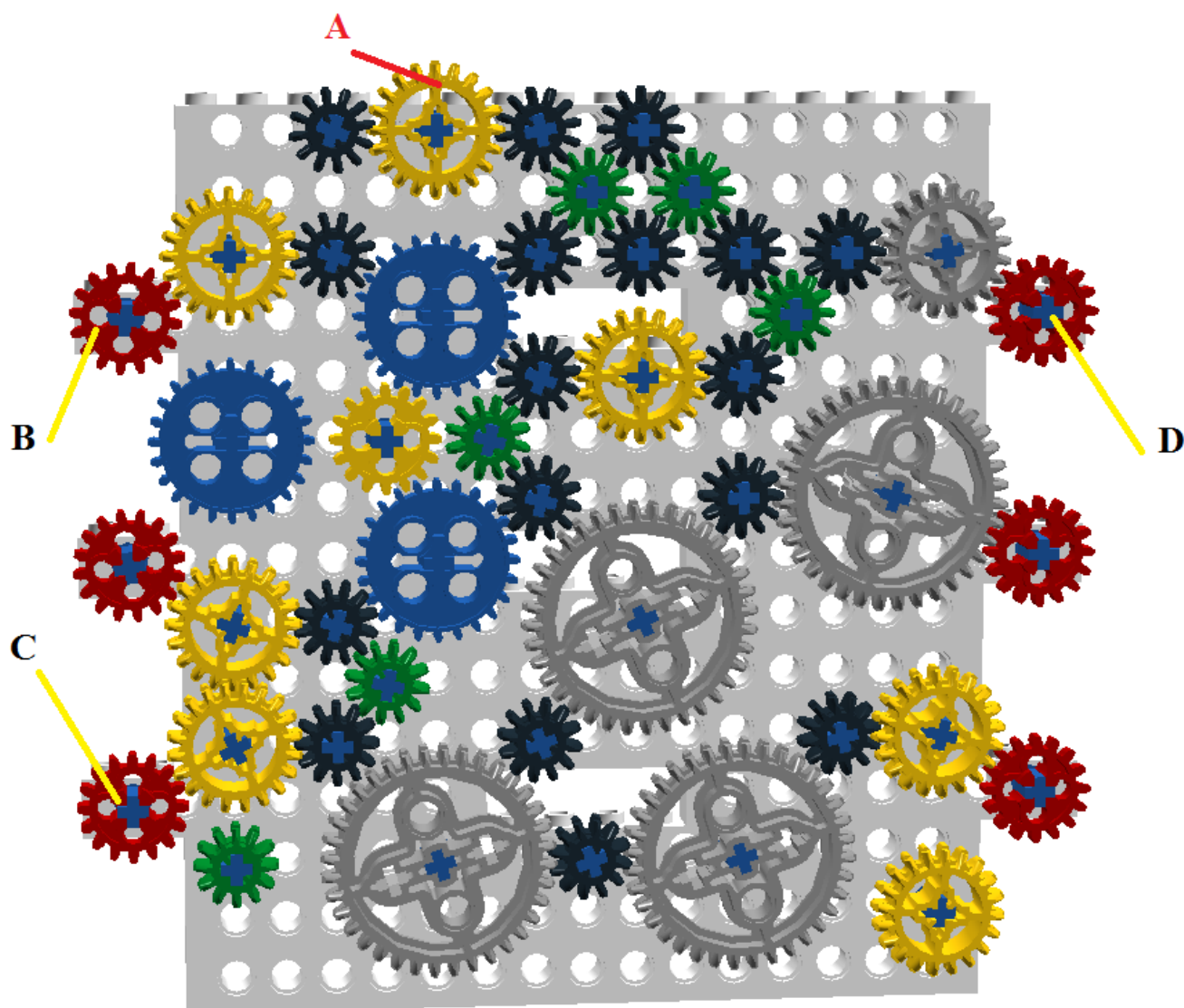


Рис. 1.

Ответ:

Вопросы	Варианты ответов	Баллы
Будут ли вращаться шестерёнки?	1. Да 2. Нет	1
Шестерёнка В	1. По часовой стрелке 2. Против часовой стрелки 3. Не будет вращаться	1
Шестерёнка С	1. По часовой стрелке 2. Против часовой стрелки 3. Не будет вращаться	1
Шестерёнка D	1. По часовой стрелке 2. Против часовой стрелки 3. Не будет вращаться	1
Ближе к какой шестерёнке шестерёнки стопорятся?	1. Не стопорятся 2. к шестерёнке А 3. к шестерёнке В 4. к шестерёнке С 5. к шестерёнке D	1

Максимально 5 баллов.

Решение:

Определим, пользуясь рисунком, в какую сторону будет крутиться каждая из шестерёнок:

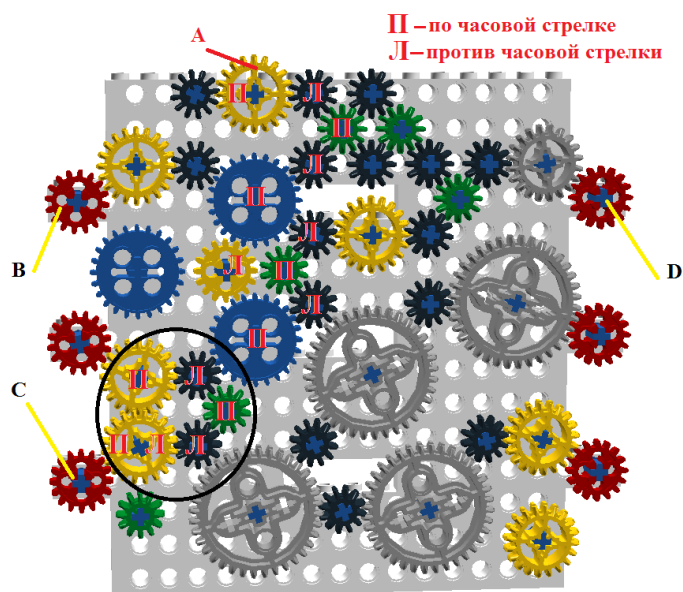


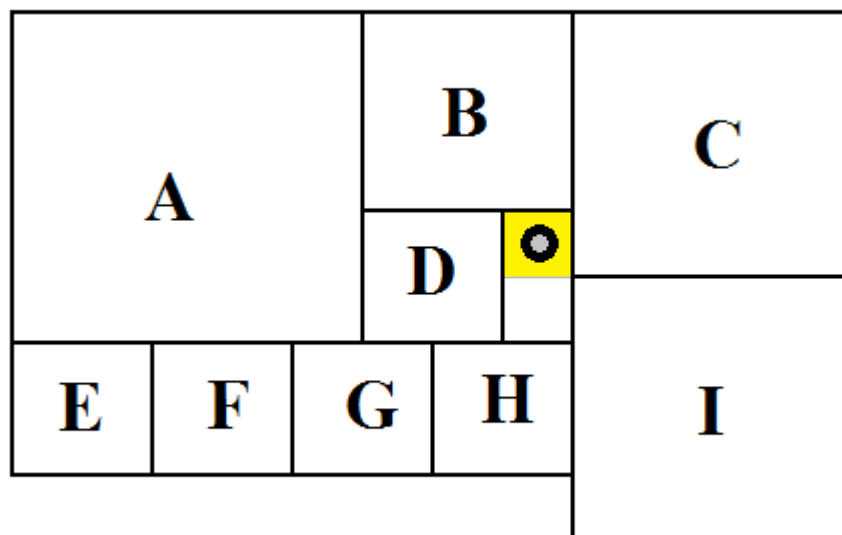
Рис. 1.

Как мы видим из рисунка, около шестерёнки С есть группа шестерёнок, которые зацеплены по кругу. Поскольку в круге нечётное количество шестерёнок, то вращаться шестерёнки не будут, что наглядно показано на рисунке.

Ответ: шестерёнки вращаться не будут. Около шестерёнки С шестерёнки стопорятся.

Задание 2

На схеме (рис. 2.) представлен план лаборатории. Все помещения внутри лаборатории по проекту имеют квадратную форму. Длины помещений кратны ширине коридоров. Длина коридора кратна его ширине.



Помещения на схеме обозначены заглавными латинскими буквами.

Рис. 2.

Робот-уборщик за 90 секунд убирает выделенную квадратную часть коридора. После того как клетка убрана, робот передвигается на соседнюю клетку. Временем на передвижение робота между клетками можно пренебречь. Определите, сколько времени тратит робот на уборку каждого помещения. Какие помещения успеет убрать полностью данный робот, если заряда батареи у него хватает на 45 минут работы?

Для удобства считайте, что робот обходит помещения по такой траектории, что не убирает какую-либо клетку дважды. После завершения уборки помещения его выключают и переносят в новое помещение, где включают снова, и он продолжает уборку.

Подберите последовательность уборки помещений так, чтобы робот успел убрать полностью как можно большее количество помещений

лаборатории. При этом суммарная площадь убранных помещений также должна быть максимальна. Возможно, робот не успеет израсходовать заряд батареи полностью.

В ответе укажите последовательность заглавных латинских букв в алфавитном порядке без разделителей и знаков препинания, обозначающих помещения лаборатории, которые робот успеет полностью убрать за отведённое время.

Также укажите время уборки указанных помещений, выраженное в минутах.

Ответ: BDEFGH

Вопросы	Варианты ответов	Верный ответ	Баллы
Время обхода помещения А	число	37,5	1
Время обхода помещения В	число	13,5	1
Время обхода помещения С	число	24	1
Время обхода помещения D	число	6	1
Время обхода помещения E	число	6	1
Время обхода помещения F	число	6	1
Время обхода помещения G	число	6	1
Время обхода помещения H	число	6	1
Время обхода помещения I	число	24	1
Какие помещения робот успеет убрать полностью	последовательность заглавных латинских букв в алфавитном порядке без разделителей и знаков препинания	BDEFGH	6

Ответ оценивается в 15 баллов.

Решение:

Для удобства решения за единицу измерения площадей помещений внутри лаборатории обозначим клетку (выделенную квадратную часть коридора, убранный роботом).

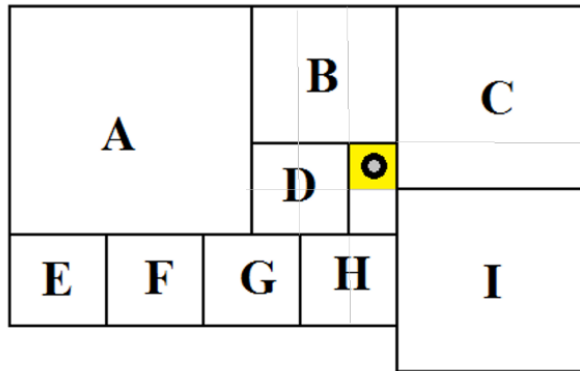


Рис. 2.

По условию длина коридора кратна его ширине, следовательно, она составляет 2 клетки. Известно, что все помещения внутри лаборатории по проекту имеют квадратную форму и длины помещений кратны ширине коридоров. Тогда площади помещений лаборатории составляют:

$A - 5 \times 5 = 25$ клетки; $B - 3 \times 3 = 9$ клетки; $C = I - 4 \times 4 = 16$ клеток; $E = F = G = H = D - 2 \times 2 = 4$ клеток.

Известно, что на уборку одной клетки робот тратит 1,5 минуты. Определим время, за которое робот уберёт каждое из помещений:

Помещение А робот уберёт за $25 \times 1,5 = 37,5$ минут;

Помещение В робот уберёт за $9 \times 1,5 = 13,5$ минут;

Помещение С робот уберёт за $16 \times 1,5 = 24$ минуты;

Помещение D робот уберёт за $4 \times 1,5 = 6$ минут;

Помещение Е робот уберёт за $4 \times 1,5 = 6$ минут;

Помещение F робот уберёт за $4 \times 1,5 = 6$ минут;

Помещение G робот уберёт за $4 \times 1,5 = 6$ минут;

Помещение H робот уберёт за $4 \times 1,5 = 6$ минут;

Помещение I робот уберёт за $16 \times 1,5 = 24$ минуты.

Найдём скорость работы робота: 1 клетка за 90 сек = 1 клетка за 1,5 минуты = $\frac{2 \text{ клетки}}{3 \text{ минуты}}$.

Определим количество клеток, которое робот успеет убрать до полной разрядки батареи: $45 \text{ минут} \times \frac{2 \text{ клетки}}{3 \text{ минуты}} = 30 \text{ клеток}$.

Площадь всех внутренних помещений лаборатории составляет ABCDEFGHI 86 клеток. Все помещения робот не успеет убрать.

Если из уборки исключить помещения А (25 клеток) и С (16 клеток), то робот всё равно не успеет убрать помещения. Следовательно, из уборки необходимо исключить и помещение I, так как нам необходимо убрать максимальную площадь при максимальном количестве помещений.

ABCDEFGHI

Ответ: BDEFGH.

Задание 3

Робот-маляр может перемещаться по полю, разбитому на клетки. Попадая на очередную клетку, робот закрашивает её. Стартовать робот должен из клетки, отмеченной меткой «Х», а закончить - на клетке, отмеченной меткой «0».

После выполнения роботом программы поле приобрело следующий вид (рис. 3.):

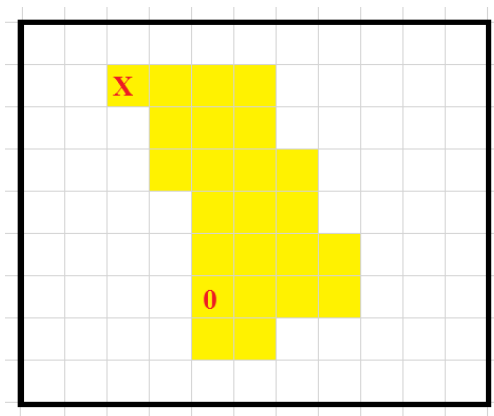


Рис. 3.

Программа имела следующую структуру:

ПОВТОРИТЬ 3 РАЗА

КОНЕЦ ПОВТОРИТЬ

ВЛЕВО 1

ВВЕРХ 1

Известно, что четыре команды для робота были взяты из следующего набора:

- А) ВНИЗ 1;
- Б) ВВЕРХ 1;
- В) ВЛЕВО 2;
- Г) ВПРАВО 2;
- Д) ВЛЕВО 3;
- Е) ВПРАВО 3.

Каждая из выбранных команд, кроме одной, была использована ровно один раз.

Допишите программу так, чтобы робот раскрасил поле согласно схеме.

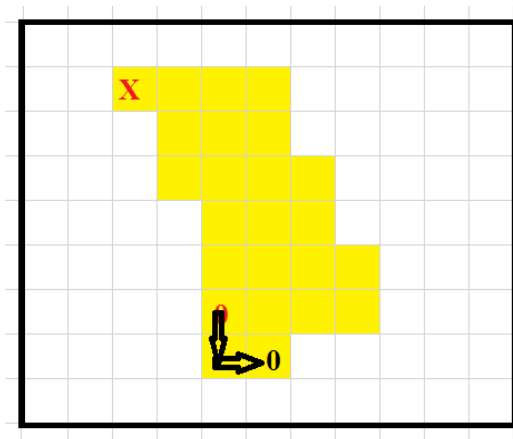
В ответе укажите последовательность пунктов выбранных вами команд - последовательность заглавных букв в алфавитном порядке без разделителей и знаков препинания (например, АБВГ).

Ответ: ААВЕ.

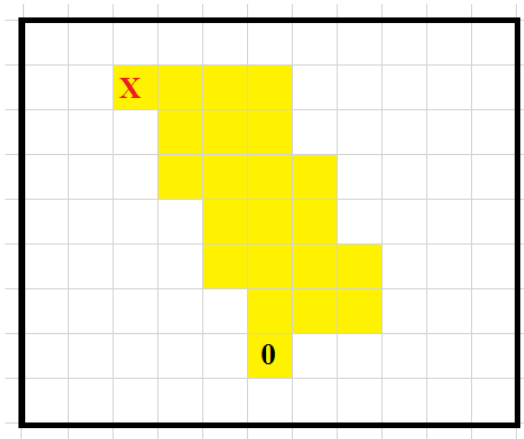
Ответ оценивается в 10 баллов.

Решение:

Прежде чем рассматривать команды внутри цикла ПОВТОРИ, определим, в какой клетке окажется робот после окончания выполнения последнего шага цикла. Для этого из финального положения робота, отмеченного знаком «0», выполним команды ВНИЗ 1, ВПРАВО 1.



Мы определили, где окажется робот после завершения последнего шага цикла:



Мы получили фигуру, состоящую из 22 клеток, причём робот раскрасил за время прохождения цикла 21 клетку. Поскольку было 3 шага цикла, то за один шаг цикла робот раскрашивал по 7 клеток.

В одном шаге цикла робот выполнял по четыре команды, причём две из них, согласно условию, одинаковые.

Разберём перемещение робота по плоскости доски: после завершения цикла он переместился на 3 клетки вправо и на 6 клеток вниз. Это значит, что по завершении одного шага цикла он смещался на 1 клетку вправо и на 2 клетки вниз.

Поскольку у нас из команд перемещения ВНИЗ есть только «ВНИЗ 1», то за один шаг цикла эта команда должна быть выполнена дважды. При этом командой «ВВЕРХ 1» можно не пользоваться вообще. Итак, мы определились с командами перемещения в вертикальном направлении и, заодно, определили, что повторяющаяся команда – это «ВНИЗ 1».

Исходя из стартовой позиции, первой командой «ВНИЗ 1» быть не может. Это может быть только какая-то из команд ВПРАВО.

Команда «ВНИЗ 1» тогда становится на второе место.

Поскольку у нас нет команд ВВЕРХ, то на третьем месте команда «ВНИЗ 1» стоять не может, иначе мы оставим не закрашенной часть клеток. Значит, на третьем месте стоит одна из команд ВЛЕВО.

Получается, что четвёртой командой является также команда «ВНИЗ 1».

Исходя из того, что за один шаг цикла робот смещается на 1 позицию вправо, количество клеток в команде ВПРАВО больше количества клеток в команде ВЛЕВО на 1. Значит, команда «ВПРАВО 2» нам не подходит, поскольку в предложенном наборе нет варианта «ВЛЕВО 1». Значит, мы выбираем «ВПРАВО 3», и парную к нему команду «ВЛЕВО 2».

В итоге программа выглядит так:

ПОВТОРИТЬ 3 РАЗА

Е) ВПРАВО 3;

А) ВНИЗ 1;

В) ВЛЕВО 2;

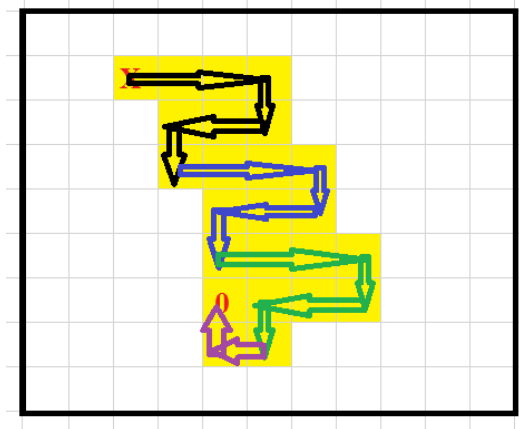
А) ВНИЗ 1;

КОНЕЦ ПОВТОРИТЬ

ВЛЕВО 1;

ВВЕРХ 1.

Мы смогли восстановить всю программу. Проверим, что она корректно выполняется и робот по её завершении окажется в отмеченной «0» клетке:



Запишем последовательность букв, обозначающих выбранный нами набор команд: EABA.

Ответ: AABE.

Задание 4

Программируемый робот укомплектован двумя одинаковыми колёсами радиуса $r = 3$ см, а также двумя одинаковыми моторами. Максимально возможное число оборотов в минуту каждого из моторов равно $N = 100$. Каждое из колёс соединено со своим мотором.

Робот должен пройти по трассе (рис. 4.). Трасса состоит из трёх прямых отрезков длиной: $a = 2$ м, $b = 0,6$ м и $c = 1$ м и двух полуокружностей, радиуса $R1 = 0,4$ м, $R2 = 0,8$ м.

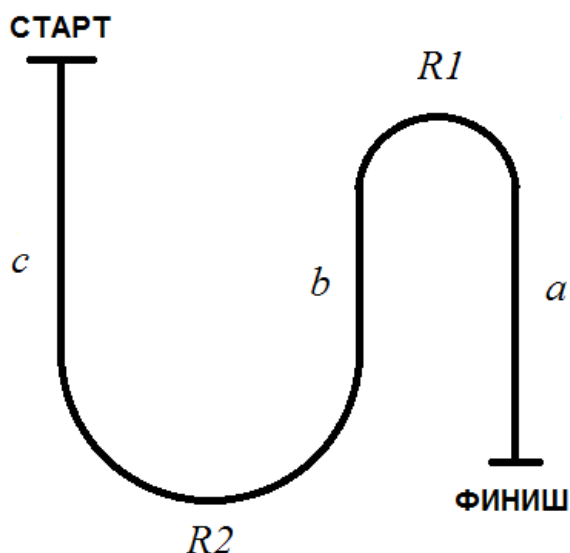


Рис. 4.

Колёсная база робота равна $L = 20$ см. При прохождении трассы роботом центр колёсной базы должен всегда оставаться на линии. Первоначально робот ориентирован в направлении «старт – финиш», головная часть робота направлена в сторону финиша.

Определите, за какое минимальное время робот сможет преодолеть данную трассу. Ответ приведите в секундах. Число π примите равным 3,1. При необходимости ответ округлите до десятых.

Ответ: 25,6 с.

Ответ оценивается в 20 баллов.

Решение:

Рассмотрим трассу, которую должен преодолеть робот. Она состоит из отрезков прямых и двух полуокружностей.

При прохождении прямого отрезка колёса робота должны двигаться с одинаковой скоростью, а значит, и делать одинаковое число оборотов в минуту. Для достижения максимальной скорости следует выбрать максимально возможное число оборотов в минуту.

За один оборот колеса робот продвигается вперёд на длину окружности колеса, равную $2\pi \times r$. В минуту робот совершает N оборотов каждым из колес, так что за минуту робот может пройти расстояние $2\pi \times r \times N$ см.

Так как мы должны дать ответ в секундах, то определим, какое расстояние пройдёт робот за 1 секунду. Для этого то расстояние, которое робот проходит за 1 минуту, разделим на 60 (поскольку в 1 минуте 60 секунд):

$$2\pi r N : 60 = \frac{2\pi r N}{60} = \frac{\pi r N}{30}.$$

Общая длина прямых отрезков равна $a + b + c = 3,6$ м.

На преодоление такого расстояния робот затратит время, равное:

$$(a + b + c) : \frac{\pi r N}{30} = 30 \frac{a + b + c}{\pi r N}.$$

Поскольку при прохождении трассы роботом центр колёсной базы должен всегда оставаться на линии, то при повороте по дуге радиуса $R1$ внешнее колесо будет описывать окружность большего, чем $R1$ радиуса, а внутреннее колесо – меньшего, чем $R1$ радиуса. Это различие будет равно половине длины колёсной базы.

Значит, внешнее колесо будет описывать окружность радиуса $R1 + L/2$ см.

Длина половины окружности радиуса $R1 + L/2$ будет равна $\pi (R1 + L/2)$.

Это расстояние робот преодолеет за время, равное:

$$\pi \left(R1 + \frac{L}{2} \right) : \frac{\pi r N}{30} = 30 \frac{\pi \left(R1 + \frac{L}{2} \right)}{\pi r N}.$$

С помощью аналогичных рассуждений получим, что полуокружность радиуса $R2$ робот преодолеет за время:

$$\pi \left(R2 + \frac{L}{2} \right) : \frac{\pi r N}{30} = 30 \frac{\pi \left(R2 + \frac{L}{2} \right)}{\pi r N}.$$

Для нахождения времени, которое робот затратит на всю трассу, сложим все полученные компоненты:

$$\begin{aligned} & 30 \frac{a + b + c}{\pi r N} + 30 \frac{\pi \left(R1 + \frac{L}{2} \right)}{\pi r N} + 30 \frac{\pi \left(R2 + \frac{L}{2} \right)}{\pi r N} \\ &= 30 \frac{a + b + c + \pi \left(R1 + \frac{L}{2} + R2 + \frac{L}{2} \right)}{\pi r N} \\ &= 30 \frac{a + b + c + \pi (R1 + R2 + L)}{\pi r N} \\ &= 30 \times \frac{200 + 60 + 100 + 3,1 \cdot (40 + 80 + 20)}{3,1 \cdot 3 \cdot 100} = \frac{360 + 31 \cdot 14}{31} \\ &= \frac{794}{31} = 25 \frac{19}{31} \approx 25,6 \text{ с.} \end{aligned}$$

Ответ: $t_{\text{тр}} = 30 \cdot \frac{a+b+c+\pi(R1+R2+L)}{\pi r N} = 25,6 \text{ с.}$

