МОСКОВСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ 2020-2021 УЧ. Г. ЗАОЧНЫЙ ЭТАП. РОБОТОТЕХНИКА  
9–11 КЛАССЫ  
Разбор заданий

Задача № 1 (10 баллов)

При решении задачи робот должен считать чёрно-белый штрихкод. Линии штрихкода могут быть разной ширины. Чёрные линии на штрихкоде чередуются с белыми.

Саша решил использовать два датчика освещённости.

Во время калибровки на полигоне датчики показали следующие значения:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  | На белом | На чёрном |
| Показания первого датчика | 91 | 6 |
| Показания второго датчика | 94 | 8 |

Во время попытки робот получил следующие данные с датчиков:

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
| Показания первого датчика | 86 | 67 | 50 | 35 | 21 | 46 | 77 | 55 |
| Показания второго датчика | 89 | 70 | 55 | 39 | 27 | 49 | 82 | 59 |

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 |
| Показания первого датчика | 31 | 11 | 29 | 51 | 78 | 63 | 47 | 31 |
| Показания второго датчика | 35 | 14 | 33 | 55 | 81 | 59 | 49 | 34 |

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 17 | 18 | 19 | 20 | 21 | 22 | 23 | 24 |
| Показания первого датчика | 44 | 57 | 72 | 54 | 34 | 12 | 27 | 45 |
| Показания второго датчика | 48 | 61 | 75 | 58 | 37 | 16 | 31 | 49 |

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 25 | 26 | 27 | 28 | 29 | 30 | 31 | 32 |
| Показания первого датчика | 61 | 55 | 42 | 23 | 39 | 51 | 69 | 85 |
| Показания второго датчика | 65 | 54 | 46 | 29 | 42 | 55 | 73 | 89 |

Считывание показаний датчиков происходило через каждые 0,5 с.

Для каждого из датчиков в качестве порогового значения Саша взял среднее арифметическое между показаниями на чёрном и на белом.

Определите, сколько всего чёрных полос было на штрихкоде. В ответ запишите целое число.

Решение

Посчитаем границу серого для каждого из датчиков:

для первого датчика ;

для второго датчика .

Определим, в каких измерениях показания датчиков будут ниже границы серого:

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
| Показания первого датчика | 86 | 67 | 50 | 35 | 21 | 46 | 77 | 55 |
| Показания второго датчика | 89 | 70 | 55 | 39 | 27 | 49 | 82 | 59 |

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 |
| Показания первого датчика | 31 | 11 | 29 | 51 | 78 | 63 | 47 | 31 |
| Показания второго датчика | 35 | 14 | 33 | 55 | 81 | 59 | 49 | 34 |

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 17 | 18 | 19 | 20 | 21 | 22 | 23 | 24 |
| Показания первого датчика | 44 | 57 | 72 | 54 | 34 | 12 | 27 | 45 |
| Показания второго датчика | 48 | 61 | 75 | 58 | 37 | 16 | 31 | 49 |

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 25 | 26 | 27 | 28 | 29 | 30 | 31 | 32 |
| Показания первого датчика | 61 | 55 | 42 | 23 | 39 | 51 | 69 | 85 |
| Показания второго датчика | 65 | 54 | 46 | 29 | 42 | 55 | 73 | 89 |

Определим, сколько раз датчики переходят с белого (показания выше границы серого) в чёрный (показания ниже границы серого).

Получается, что это происходило 5 раз. Значит, робот проехал на штрихкоде 5 чёрный полос.

Ответ: 5

Задача № 2 (15 баллов)

Робот-чертёжник движется по ровной горизонтальной поверхности и наносит на неё изображение (см. *траекторию*) при помощи кисти, закреплённой посередине между колёс.



*Траектория*

Траектория представляет собой ломаную линию *LKJIGFEDCBAHG*, которая включает в себя отрезки, являющиеся сторонами правильного восьмиугольника *ABCDEFGH* и правильного шестиугольника *AHIJKL*, а также отрезка *GI*. *AH* = 3 м.

Робот оснащён двумя отдельно управляемыми колёсами, расстояние между центрами колёс составляет 25 см, диаметр колеса робота 5 см.

Все повороты робот должен совершать на месте, вращая колёса с одинаковой скоростью в противоположных направлениях. Из-за крепления кисти робот не может ехать назад.

Определите, на какой минимальный суммарный угол должен повернуться робот, чтобы начертить данную фигуру. При расчётах примите π ≈ 3,14.

Ответ дайте в градусах, при необходимости округлив результат до целых. В ответ запишите только число.

Решение

Угол правильного восьмиугольника равен:

Угол поворота при проезде по одному углу восьмиугольника равен:

Робот совершит 7 поворотов по восьмиугольнику:

Угол правильного шестиугольника равен:

Угол поворота при проезде по одному углу восьмиугольника равен:

Робот совершит 2 поворота при проезде через вершины *K* и *J*:

Вычислим угол *GHI*:

Вычислим два острых угла треугольника *GHI*:

Вычислим два оставшихся угла:

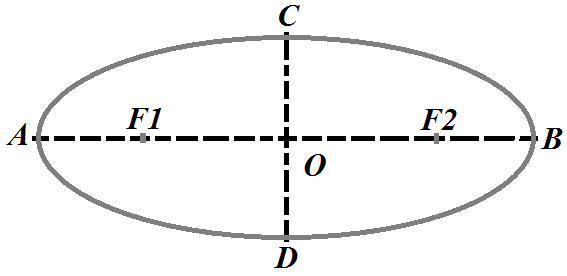
Определим углы поворота в этих вершинах:

Таким образом, суммарный угол поворота будет равен:

Ответ: 465

Задача № 3 (10 баллов)

Роботы соревнуются в гонках по линии. Трасса имеет вид эллипса (см. *Схему трассы*).



*Схема трассы*

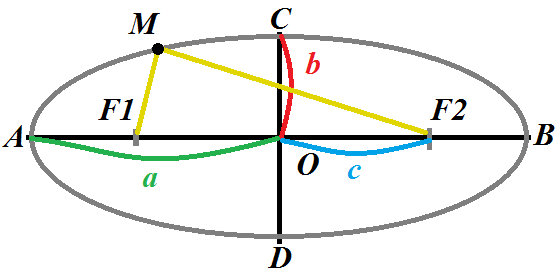
По регламенту роботы должны стартовать в точке *C*, проехать всю трассу 3 раза, после чего доехать до точки *D* и финишировать в ней.

Известно, что , коэффициент сжатия эллипса равен .

Определите длину пути, который должен преодолеть робот по трассе. При расчётах примите . Ответ дайте в сантиметрах, округлив результат до целых. В ответ запишите только число.

Справочная информация

*Эллипс — это геометрическое место точек плоскости, для которых сумма расстояний до двух данных точек (называемых фокусами) постоянна и больше расстояния между фокусами, т. е.*

**

*Проходящий через фокусы эллипса отрезок AB, концы которого лежат на эллипсе, называется большой осью эллипса.*

*Отрезок CD, перпендикулярный большой оси эллипса, проходящий через центральную точку большой оси, концы которого лежат на эллипсе, называется малой осью эллипса.*

*Точка пересечения большой и малой осей эллипса называется его центром.*

*Отрезки, проведённые из центра эллипса к вершинам на большой и малой осях, называются, соответственно, большой полуосью и малой полуосью эллипса и обозначаются a и b.*

*Расстояние называется фокальным расстоянием.*

*Величина называется эксцентриситетом.*

*Отношение длин малой и большой полуосей называется коэффициентом сжатия эллипса или эллиптичностью .*

*Периметр эллипса можно приближённо вычислить по следующей формуле:*

Решение

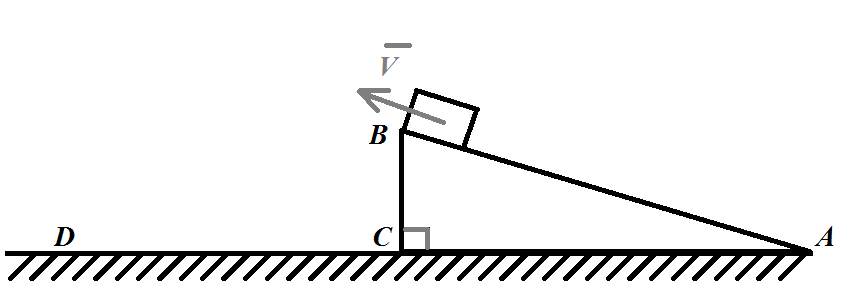
Определим параметры эллипса – длины полуосей:

Посчитаем длину пути, который проехал робот:

Ответ: 2349

Задача № 4 (10 баллов)

Робот поднимается по наклонной плоскости и «спрыгивает» с неё в верхней точке (см. *схему полигона*).



*Схема полигона*

Скорость робота в момент отрыва от наклонной плоскости равна 5 дм/с. Угол наклона плоскости к горизонту длина основания наклонной плоскости *CA* = . Определите, как далеко от наклонной плоскости приземлится робот (*CD*). Сопротивлением воздуха пренебрегите. Масса робота равна 1,5 кг. Ускорение свободного падения примите равным 10 м/с2.

Ответ дайте в сантиметрах, при необходимости округлив результат до целых. В ответ запишите только число.

Решение

Определим высоту, с которой робот будет «спрыгивать»:

Введем систему координат. В качестве начала координат выберем точку *C*. Ось *OX* направим вдоль *CD*, от *C* к *D*. Ось *OY* направим вертикально вверх.

Составим уравнение движения робота вдоль оси *OY* после отрыва от наклонной плоскости:

Узнаем, через сколько секунд после отрыва робота от наклонной плоскости он коснется пола:

Составим уравнение движения робота вдоль оси *OX* после отрыва от наклонной плоскости:

Определим, на каком расстоянии от наклонной плоскости робот окажется после приземления:

Ответ: 28

Задача № 5 (15 баллов)

Упростите логическое выражение:

Условные обозначения для логических операций (логических связок):

1. Отрицание (инверсия, логическое НЕ) обозначено как чёрточка над выражением. Например, выражение означает «НЕ *A*».
2. Конъюнкция (логическое умножение, логическое И) обозначено точкой . Например, выражение означает *B* И *C*.
3. Дизъюнкция (логическое сложение, логическое ИЛИ) обозначено знаком плюс (+). Например, выражение означает *B* ИЛИ *C*.

В качестве ответа укажите один из приведённых вариантов ответов.

А)0

Б)

В)

Г)

Д)

Е)

Ж)

З)

И)

К)

Л)

М)

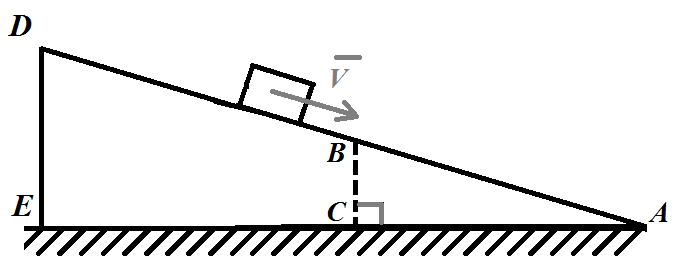
Решение:

Упростим данное логическое выражение:

Ответ: *К*

Задача № 6 (15 баллов)

Робота с выключенными двигателями и зафиксированными колёсами поставили на верх наклонной плоскости в точку *D* (см. *схему наклонной плоскости*).



*Схема наклонной плоскости*

Робот с нулевой начальной скоростью начинает соскальзывать по наклонной плоскости с постоянным ускорением. Угол наклона плоскости к горизонту . Коэффициент трения скольжения колёс робота по поверхности наклонной плоскости равен 0,1. Ускорение свободного падения примите   
.

Определите, какая будет скорость у робота, когда он достигнет точки *B*, если м. Ответ дайте в метрах в секунду, округлив результат до целых. В ответ запишите только число.

Решение

Составим уравнение движения робота:

Спроецируем это уравнение на две оси. Ось *OX* направим из точки *D* вдоль поверхности наклонной плоскости вниз, к точке *A*. Ось *OY* направим перпендикулярно наклонной плоскости вверх из точки *D*.

На ось *OX*: (1)

На ось *OY*: (2)

Из уравнения (2) получаем (2’).

Мы знаем, что силу трения скольжения можно найти из соотношения:

(3’)

Подставим (3’) в (1) и получим:

Скорость робота можно вычислить следующим образом:

Нам нужно определить момент времени,   
в который робот окажется в точке *B*.

Вычислим путь, который робот преодолеет от точки *D* до точки *B*:

Вычислить пройденный путь робота можно   
по формуле:

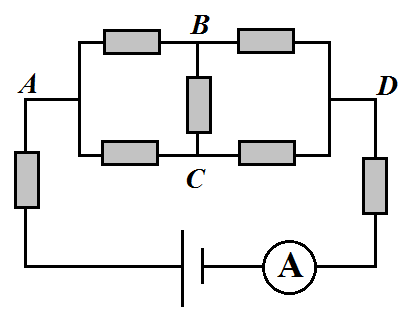
Из (5) определим момент времени, когда робот окажется в точке *B*:

Тогда искомая скорость будет равна:

Ответ: 7

Задача № 7 (15 баллов)

Миша собрал из одинаковых резисторов номиналом 2 Ом следующую схему (см. *схему цепи*).

**

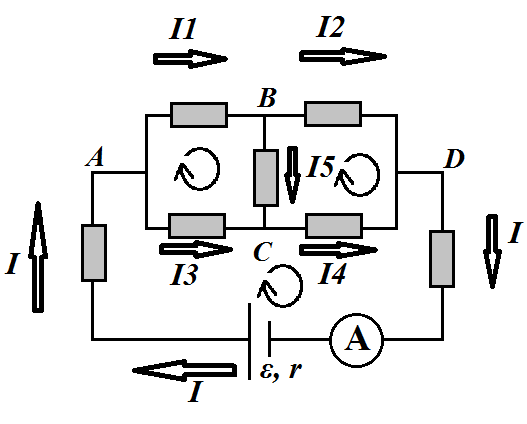
*Схема цепи*

Амперметр зафиксировал ток номиналом 0,5 А. ЭДС источника равна 9 В. Определите, чему равно внутреннее сопротивление источника тока, если измерения показали, что сила тока на участках цепи *АС* и *BD* одинаковая.

Ответ дайте в омах, округлив результат при необходимости до целых. В ответ запишите только число.

Решение

Введём следующие обозначения для токов, текущих в цепи на различных участках:



В схеме используется элемент питания батарейка. Приведём её к схеме с идеальным источником напряжения и внутренним сопротивлением батарейки.

Воспользуемся первым правилом Кирхгофа, чтобы записать вспомогательные уравнения для узлов *A, B, C*:

Воспользуемся вторым правилом Кирхгофа, чтобы записать вспомогательные уравнения для трёх контуров, выбрав за положительное направление обхода направление по ходу часовой стрелки:

ε

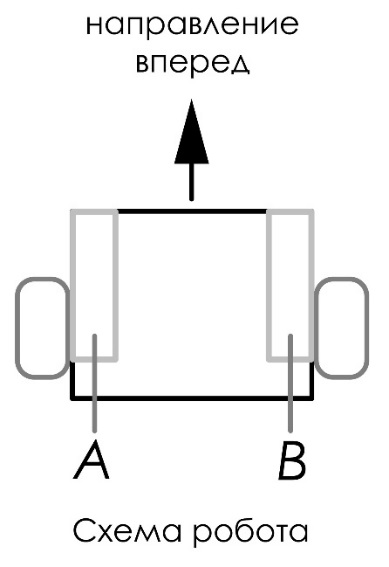
Добавим к этому условие:

Решим полученную систему из семи линейных уравнений и получим:

Ответ: 12

Задача № 8 (10 баллов)

Робот оснащён двумя отдельно управляемыми колёсами, радиус каждого из колёс робота равен 6 см. Левым колесом управляет мотор ***А***, правым колесом управляет мотор ***В***. Колёса напрямую подсоединены к моторам (см. *схему робота*).

****

Робот подъехал к перекрёстку и повернулся на месте. Известно, что ось мотора ***А*** повернулась на 540°, а ось мотора ***B*** повернулась на –540°.

Расстояние между центрами колёс робота равно 15 см. Масса робота равна 1 кг. При расчётах примите *π*≈ 3,14.

Определите, градусную меру угла, на который повернулся робот. Ответ дайте в градусах, при необходимости округлив ответ до целых. В ответ запишите только число.

Решение

Определим количество оборотов, которое сделало каждое из колёс робота за время поворота:

Определим, чему равна длина дуги, по которой проехал робот:

Определим, какова градусная мера дуги, по которой поворачивался робот:

Ответ: 432