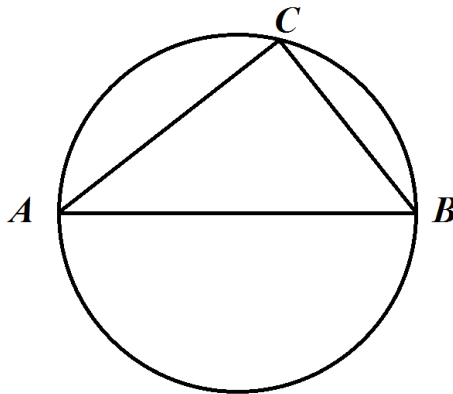


**МОСКОВСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ
ПО РОБОТОТЕХНИКЕ.
2021–2022 учебный год
Заочный этап
9 класс**

№ 1 (1 балл)

В окружность вписан треугольник ABC . Найдите длину окружности, если $AB = 0,5$ м, $AC = 4$ дм, $BC = 30$ см. При расчётах примите $\pi \approx 3,14$. Ответ дайте в сантиметрах, приведя результат с точностью до целого.



Ответ: 157.

№ 2 (2 балла)

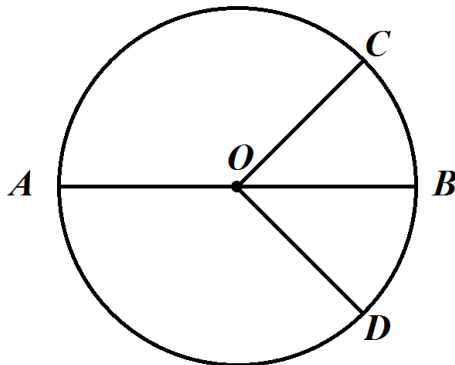
Катя, используя шестерёнки, собрала работающую одноступенчатую передачу. На ведущей оси, соединённой напрямую с мотором, находится шестерёнка с 64 зубьями, на ведомой оси – шестерёнка с 48 зубьями.

Катя написала программу, согласно которой ведущая ось делает 1 оборот в секунду. Определите, сколько оборотов в минуту будет делать ведомая ось.

Ответ: 80.

№ 3 (2 балла)

Дан круг с центром в точке O (см. *чертёж*). Из предложенных вариантов выберите **два** варианта, которые содержат верные формулы нахождения площади данного круга.



Чертёж

- А) $S = \pi \cdot AB$
- Б) $S = 2 \cdot \pi \cdot OC$
- В) $S = \pi \cdot OC \cdot OB$
- Г) $S = \pi \cdot AB \cdot AB$
- Д) $S = 0,5 \cdot \pi \cdot OC \cdot OB$
- Е) $S = 0,5 \cdot \pi \cdot AB \cdot AB$
- Ж) $S = 0,25 \cdot \pi \cdot OD \cdot OA$
- З) $S = 0,25 \cdot \pi \cdot AB \cdot AB$

Ответ: В, З.

№ 4 (2 балла)

Робот проехал вторую половину трассы со скоростью 6 дм/мин. На проезд всей трассы робот потратил 10 минут. Время, которое робот потратил на преодоление первой половины трассы на 3 минуты меньше, чем время, потраченное на преодоление второй половины трассы. Определите длину трассы. Ответ дайте в сантиметрах.

Ответ: 780.

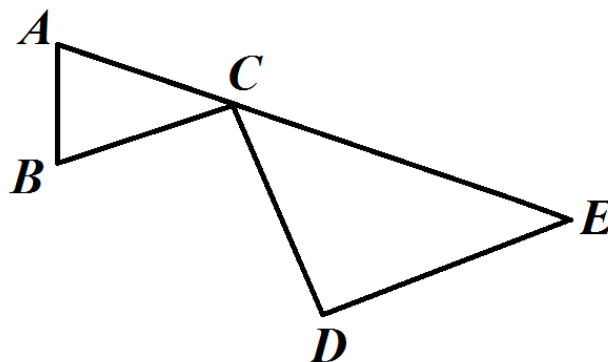
№ 5 (3 балла)

Робот начертил параллелограмм. Периметр параллелограмма равен 17 м 8 дм. Длина одной стороны на 3 м 1 дм больше другой. Высота, опущенная к большей стороне, на 8 дм меньше длины меньшей стороны. Определите площадь параллелограмма, изображённого роботом. Ответ дайте в квадратных дециметрах.

Ответ: 1260.

№ 6 (10 баллов)

Робот-чертёжник движется по ровной горизонтальной поверхности и наносит на неё изображение (см. траекторию) при помощи кисти, закреплённой посередине между колёс.



Траектория

Траектория представляет собой два треугольника ABC и CED . Точки A , C , E лежат на одной прямой. Известно, что $AC = BC$, $CD \perp DE$, $\angle ACB = 70^\circ$, $\angle DCE = 45^\circ$.

Робот оснащён двумя отдельно управляемыми колёсами, расстояние между центрами колёс (ширина колеи) составляет 20 см, диаметр колеса робота 8 см. Все повороты робот должен совершать на месте, вращая колёса с одинаковой скоростью в противоположных направлениях. Из-за крепления кисти робот не может ехать назад. Робот должен проехать по каждому отрезку траектории ровно по одному разу.

А) (4 балла) Укажите вершину, из которой должен стартовать робот, чтобы суммарный угол поворота робота был минимален.

- A
- B
- C
- D
- E

Б) (6 баллов) Определите минимальный суммарный угол поворота робота, на который он должен повернуться при проезде по всей траектории. Ответ дайте в градусах.

Справочная информация

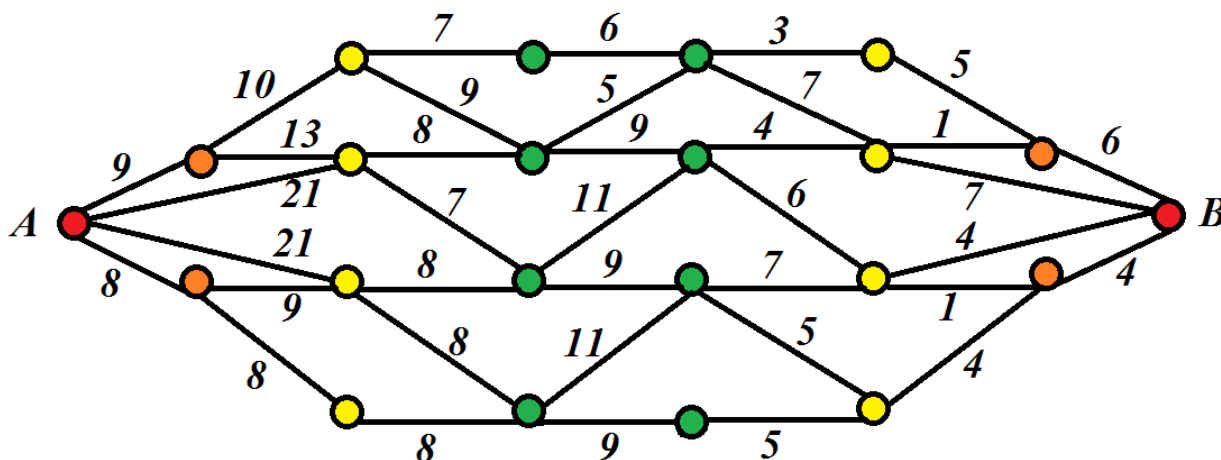
Под суммарным углом поворота понимается сумма величин углов поворотов, при этом направление поворотов робота не учитывается.

Ответ:

- А) E ;
Б) 455.

№ 7 (10 баллов)

Даше надо проехать на машине из дома (точка *A*), до работы (точка *B*). Схема дорог, связывающих Дашин дом с местом её работы показана на графе (см. *граф*).



Граф

Рёбрами на графе показаны улицы с двусторонним движением. Числа на графе указывают время в минутах, которое Даша потратит на проезд по данному участку. Менять направление движения можно только на перекрёстках (в вершинах), обозначенных кругами. Какое наименьшее время в минутах потребуется Даше на то, чтобы добраться от дома до работы?

Ответ: 45.

№ 8 (10 баллов)

Робот оснащён двумя отдельно управляемыми колёсами. Левым колесом управляет мотор *A*, правым колесом управляет мотор *B*. Колёса напрямую подсоединены к моторам. На роботе установлен один датчик освещённости. Саша написал программу, чтобы робот ехал по чёрной линии. Этот фрагмент кода отвечает за движение по чёрной линии:

```
k = 2;  
Eold = 0;  
while (true)  
{  
Ed = s1 - grey;  
u = k * (Ed - Eold);  
motor[motorA] = 50 - u;  
motor[motorB] = 50 + u;  
Eold = Ed;  
wait1msec(10);  
}
```

При калибровке на чёрном датчик робота показал 7, при калибровке на белом показал 94. В качестве значения границы серого Саша взял среднее

арифметическое показаний датчика на чёрном и на белом. Мощность моторов может быть выражена целым числом в пределах от -100 до 100 . В случае, если на мотор подаётся не целое значение мощности, происходит отбрасывание дробной части.

Определите, какая мощность будет подана на моторы A и B при показаниях датчика s_1 , равных 57 . Проще показание датчика было равно 45 .

Справочная информация

Дифференциальный закон выглядит следующим образом: $U = k(Ed - Eold)$

U – это управляющее воздействие – это то, что корректирует величину мощности моторов в данный момент времени.

k – это коэффициент усиления воздействия.

O – текущее показание датчика.

B – желаемое состояние – это граница серого. В качестве границы серого в данной задаче берут среднее арифметическое между показаниями датчика на белом и на чёрном.

$Ed = O - B$ – отклонение от желаемого состояния.

$Eold$ – отклонение в предыдущий момент времени.

Ответ:

мощность мотора A (**5 баллов**): 26 ;

мощность мотора B (**5 баллов**): 74 .

№ 9 (10 баллов)

Робот, оснащённый двумя отдельно управляемыми колёсами одинакового радиуса, проезжает трассу, при этом каждая из осей моторов совершает по $w = 2$ оборота в секунду. Колёса напрямую подсоединены к моторам. Левым колесом управляет мотор B , правым колесом управляет мотор C . Ширина колеи (расстояние между центрами колёс) равна $D = 30$ см.

Робот проехал прямолинейный участок длиной $L = 2$ м за $t = 30$ секунд. После этого робот совершил поворот вокруг колеса B на $\beta = 90^\circ$ (колесо B зафиксировано, колесо C вращается).

Определите время, за которое робот совершил указанный поворот. Ответ дайте в секундах, округлив результат до целого числа. При расчётах примите $\pi \approx 3,14$.

Чтобы получить более точный ответ, округление стоит производить только при получении финального ответа.

Ответ: 7.

№ 10 (10 баллов)

На соревновании робот должен выбить шайбу как можно дальше. Робот выстреливает шариком в сторону шайбы. Масса шарика равна 100 г. Масса шайбы равна 20 г. Шарик движется по поверхности полигона и достигает шайбы. Скорость шарика в момент центрального удара о шайбу равна 3 м/с. После удара шайба скользит по ровной горизонтальной поверхности полигона, не вращаясь.

Определите, какое расстояние проедет шайба после удара до полной остановки. Ответ дайте в сантиметрах, округлив результат до целого числа. При расчётах примите $\pi \approx 3,14$, коэффициент трения скольжения шайбы по поверхности полигона равен $\mu = 0,2$. Считайте удар абсолютно упругим. Чтобы получить более точный ответ, округление стоит производить только при получении финального ответа.

Ответ: 637 или 1098.

Критерии проверки

№ задания	Ответы	Баллы
1	Ответ: 157	Дан верный ответ в требуемых единицах измерения – 1 балл. 0 баллов в остальных случаях
2	Ответ: 80	Дан верный ответ в требуемых единицах измерения – 2 балла. 0 баллов в остальных случаях
3	Ответ: В, 3	По 1 баллу за каждый верный выбранный ответ, если выбраны один или два варианта ответа. 0 баллов в остальных случаях
4	Ответ: 780	Дан верный ответ в требуемых единицах измерения – 2 балла. 0 баллов в остальных случаях
5	Ответ: 1260	Дан верный ответ в требуемых единицах измерения – 3 балла. 0 баллов в остальных случаях
6 А	Ответ: <i>E</i>	4 балла за верно выбранный вариант ответа, если выбран один вариант ответа. 0 баллов в остальных случаях
6 Б	Ответ: 455	Дан верный ответ в требуемых единицах измерения – 6 баллов. 0 баллов в остальных случаях
7	Ответ: 45	Дан верный ответ в требуемых единицах измерения – 10 баллов. 0 баллов в остальных случаях
8 А	Мощность мотора <i>A</i> : 26	Дан верный ответ в требуемых единицах измерения – 5 баллов. 0 баллов в остальных случаях
8 Б	Мощность мотора <i>B</i> : 74	Дан верный ответ в требуемых единицах измерения – 5 баллов. 0 баллов в остальных случаях
9	Ответ: 7	Дан верный ответ в требуемых единицах измерения – 10 баллов. 0 баллов в остальных случаях
10	Ответ: 637 или 1098	Дан верный ответ в требуемых единицах измерения – 10 баллов. 0 баллов в остальных случаях

Максимум за работу 60 баллов.

Решения и ответы

№ 1

Решение

$$AB = 0,5 \text{ м} = 50 \text{ см.}$$

$$AC = 4 \text{ дм} = 40 \text{ см.}$$

Можно показать, что треугольник ABC является прямоугольным с прямым углом C . Так как треугольник ABC вписан в окружность, можно показать, что AB – это диаметр окружности.

Длина окружности будет равна:

$$C = \pi \cdot AB = 3,14 \cdot 50 = 157 \text{ (см)}$$

Ответ: 157.

№ 2

Решение

Посчитаем количество оборотов в минуту, которое делает ведущая ось:

$$1 \cdot 60 = 60 \text{ (об. /мин.)}$$

Определим количество оборотов ведомой оси в минуту:

$$60 \cdot 64 : 48 = 80 \text{ (об. /мин.)}$$

Ответ: 80.

№ 3

Ответ: В, 3.

№ 4

Решение

Обозначим за X минут – время, которое робот потратил на преодоление первой половины трассы. Тогда на преодоление второй половины трассы робот потратит $(X + 3)$ минуты.

Так как робот потратил 10 минут на преодоление всей трассы, составим уравнение:

$$X + X + 3 = 10$$

$$X = 3,5$$

Определим длину трассы:

$$6 \cdot 10 \frac{\text{см}}{\text{мин.}} \cdot (3,5 \text{ мин.} + 3 \text{ мин.}) \cdot 2 = 780 \text{ (см)}$$

Ответ: 780.

№ 5

Решение

Обозначим за X дм длину меньшей стороны параллелограмма.

Тогда длина большей стороны будет равна $(X + 31)$ дм.

Так как периметр параллелограмма равен 178 дм, составим уравнение:

$$\begin{aligned}2 \cdot (X + 31 + X) &= 178 \\ X &= 29\end{aligned}$$

Тогда длина большей стороны параллелограмма равна:

$$29 + 31 = 60 \text{ (дм)}$$

Длина высоты, опущенной к большей стороне равна:

$$29 - 8 = 21 \text{ (дм)}$$

Посчитаем площадь параллелограмма:

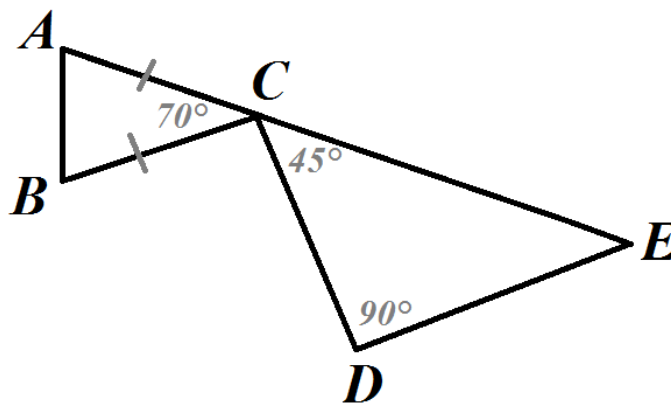
$$60 \cdot 21 = 1260 \text{ (дм}^2\text{)}$$

Ответ: 1260.

№ 6

Решение

Отметим на чертеже то, что нам известно:



Определим градусные величины оставшихся углов.

Так как сумма углов треугольника равна 180° , то:

$$\angle CED = 180^\circ - (\angle CDE + \angle DCE) = 180^\circ - (90^\circ + 45^\circ) = 180^\circ - 135^\circ = 45^\circ$$

Так как $AC = BC$, то треугольник ABC – равнобедренный.

Значит, по свойству равнобедренного треугольника $\angle BAC = \angle ABC$.

Так как сумма углов треугольника равна 180° , то:

$$\angle BAC + \angle ABC + \angle ACB = 180^\circ$$

$$2\angle ABC = 180^\circ - 70^\circ$$

$$\angle ABC = 55^\circ$$

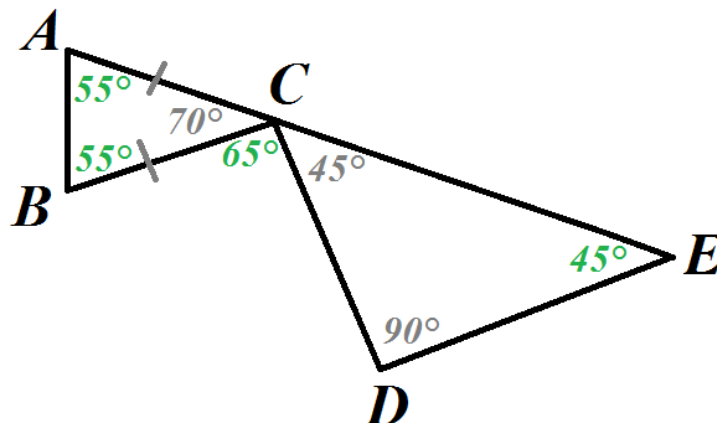
$$\angle BAC = \angle ABC = 55^\circ.$$

Так как $\angle ACE$ – развёрнутый угол, значит,

$$\angle ACB + \angle BCD + \angle DCE = 180^\circ$$

$$\angle BCD = 180^\circ - (\angle ACB + \angle DCE) = 180^\circ - (70^\circ + 45^\circ) = 180^\circ - 115^\circ = 65^\circ$$

Отметим на чертеже найденные нами градусные меры углов:



Так как из всех вершин выходит чётное число отрезков, то для того, чтобы определить наиболее выгодные точки старта, нужно найти потенциальный наибольший угол поворота, который будет исключён в случае старта в данной вершине.

Наименьшая градусная мера углов поворота в вершине C рассчитывается отдельно – как угол, дополняющий угол $\angle BCD$ до 180° :

$$180^\circ - 65^\circ = 115^\circ$$

Наибольший угол поворота в вершине находится в вершине угла с наименьшей градусной мерой. В нашем случае это вершина E .

Посчитаем минимальный угол поворота робота:

$$\begin{aligned} 2 \cdot (180^\circ - 55^\circ) + (180^\circ - 90^\circ) + (180^\circ - 65^\circ) = \\ = 2 \cdot 125^\circ + 90^\circ + 115^\circ = 455^\circ \end{aligned}$$

Ответ:

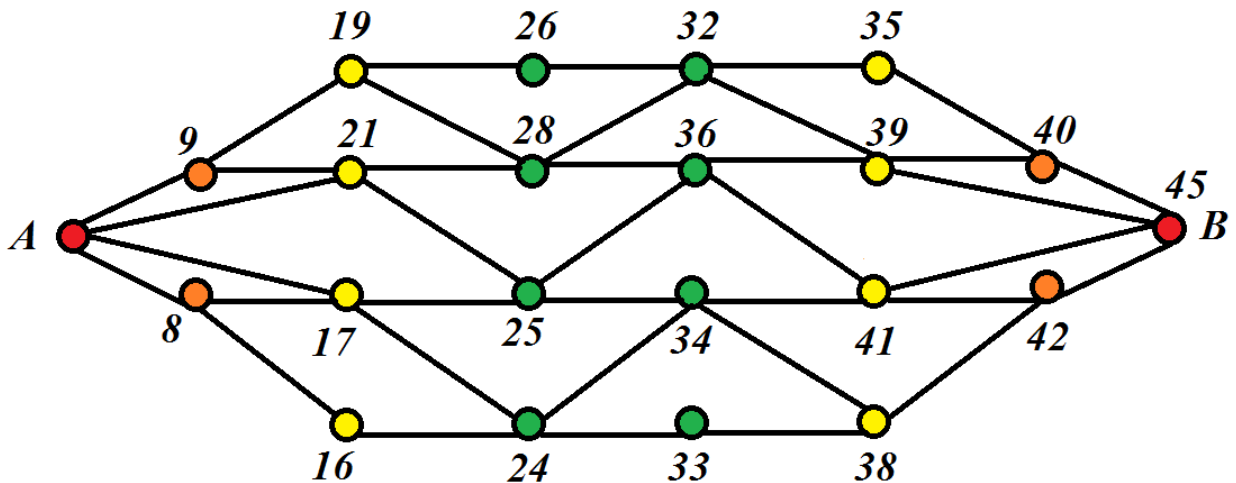
А) E ;

Б) 455.

№ 7

Решение

Рассмотрим представленный граф. Нам надо найти кратчайший путь из вершины A в вершину B . Говоря о «кратчайшем пути», следует учитывать, что может существовать более одного пути с кратчайшей длиной (в нашем случае – минимальным временем движения), и что нас устроит любой из них. Будем перемещаться по схеме слева направо, пометая каждую вершину числом, которое указывает минимальное время (кратчайшее расстояние) от текущей вершины до точки старта A (дома). Пройдя таким образом по всем вершинам графа и пометив все вершины, мы получим в качестве метки для вершины B минимальное время, которое нужно, чтобы добраться из вершины A в вершину B .



Таким образом, можно узнать, что Даша доедет от дома до работы за 45 минут.

Ответ: 45.

№ 8

Решение

Проведём расчёты согласно представленной в задании части кода.

Определим границу серого:

$$(94 + 7) : 2 = 50,5$$

Рассчитаем отклонение от желаемого состояния:

$$E_d = s_1 - \text{grey} = 57 - 50,5 = 6,5$$

Рассчитаем отклонение от желаемого состояния в предыдущий момент времени:

$$E_{old} = s_1 - \text{grey} = 45 - 50,5 = -5,5$$

Рассчитаем управляющее воздействие:

$$u = k \cdot (E_d - E_{old}) = 2 \cdot (6,5 - (-5,5)) = 24$$

Определим мощность, которая будет подаваться на моторы.

Мощность мотора **A**: $50 - 24 = 26$.

Мощность мотора **B**: $50 + 24 = 74$.

Так как обе величины мощности по модулю не превышают 100, полученные величины будут поданы на моторы без изменения.

Ответ:

мощность мотора **A**: 26;

мощность мотора **B**: 74.

№ 9

Решение

Длина окружности колеса:

$$C = \frac{L}{wt}$$

Колесо C преодолет при повороте расстояние, равное

$$w \cdot C \cdot t_1 = w \cdot t_1 \cdot \frac{L}{wt} = L \cdot \frac{t_1}{t}$$

При этом робот повернется на угол β . Значит, величина дуги, на которую повернулся робот, равна:

$$2\pi D \frac{\beta}{360^\circ}$$

Так как мы нашли одно и то же расстояние двумя способами, составим уравнение:

$$L \cdot \frac{t_1}{t} = 2\pi D \frac{\beta}{360^\circ}$$
$$t_1 = \frac{2\pi D}{L} \cdot \frac{\beta}{360^\circ} t = \frac{2\pi \cdot 30}{200} \cdot \frac{90^\circ}{360^\circ} \cdot 30 = \frac{9\pi}{4} \approx 3,14 \cdot 2,25 = 7,065 \approx 7(\text{с})$$

Ответ: 7.

№ 10

Решение

Если мы считаем, что шарик не вращается:

Так как удар был абсолютно упругий, мы можем записать закон сохранения импульса и энергии:

$$0,1 \cdot 3 = 0,02v_1 + 0,1v_2 \quad (1)$$

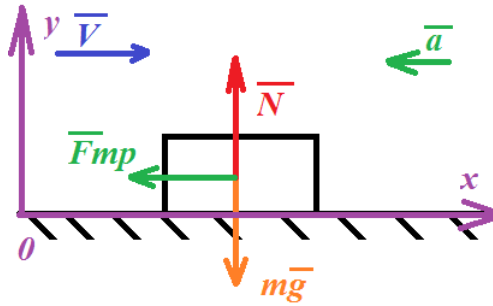
$$\frac{0,1 \cdot 9}{2} = \frac{0,02v_1^2}{2} + \frac{0,1v_2^2}{2} \quad (2)$$

Где v_1 – это скорость шайбы после удара, а v_2 – это скорость шара после удара. Решив систему уравнений (1) и (2), получим

$$v_1 = 5 \frac{\text{м}}{\text{с}}, v_2 = 2 \frac{\text{м}}{\text{с}}$$

После удара **шайба не вращается**, а движется поступательно в горизонтальной плоскости. Это будет равнозамедленное движение.

Определим ускорение, действующее на шайбу:



Составим рисунок, введя оси. Ось OY расположим перпендикулярно плоскости, ось OX расположим вдоль плоскости. Расположим начало координат в точке старта шайбы (точке, где произошёл удар).

Запишем второй закон Ньютона в проекциях на введённые нами оси:

$$\vec{N} + m\vec{g} + \vec{F}_{тр} = m\vec{a}$$

На ось OX :

$$0 + 0 - F_{тр} = -ma$$

На ось OY :

$$N - mg + 0 = 0$$

Тогда

$$N = mg$$

Так как

$$F_{тр} = \mu N = \mu mg,$$

соответственно,

$$ma = F_{тр} = \mu mg$$

$$a = \mu g$$

Запишем закон изменения скорости:

$$v(t) = v_1 - at$$

Определим момент, в который скорость шайбы станет равна 0:

$$0 = v_1 - at$$

$$t = \frac{v_1}{a} = \frac{v_0}{\mu g}$$

Определим расстояние, которое проехала шайба:

$$x = x_0 + v_1 t - \frac{at^2}{2} = 0 + \frac{v_1^2}{a} - \frac{v_1^2}{2a} = \frac{v_1^2}{2a} = \frac{v_1^2}{2\mu g}$$

$$x = \frac{v_1^2}{2\mu g} = \frac{25}{2 \cdot 0,2 \cdot 9,81} = 6,3710 \dots (\text{м})$$

$$6,3710 \dots \text{ м} = 637,10 \dots \text{ см} \approx 637 \text{ см}$$

Если мы считаем, что шарик вращается:

Так как удар был абсолютно упругий, мы можем записать закон сохранения импульса и энергии:

$$0,1 \cdot 3 = 0,02v_1 + 0,1v_2 \quad (1)$$

$$0,7 \cdot 0,1 \cdot 9 = \frac{0,02v_1^2}{2} + 0,7 \cdot 0,1v_2^2 \quad (2)$$

Где v_1 – это скорость шайбы после удара, а v_2 – это скорость шара после удара.
Решив систему уравнений (1) и (2), получим

$$v_1 = 6 \frac{9}{16} \frac{\text{м}}{\text{с}}, v_2 = 1,6875 \frac{\text{м}}{\text{с}}.$$

Определим расстояние, которое проехала шайба:

$$x = \frac{v_1^2}{2\mu g} = \frac{6,5625^2}{2 \cdot 0,2 \cdot 9,81} = 10,9751 \dots \text{ (м)}$$

$$10,9751 \dots \text{ м} = 1097,5 \dots \text{ см} \approx 1098 \text{ см}$$

Ответ: 637 или 1098.